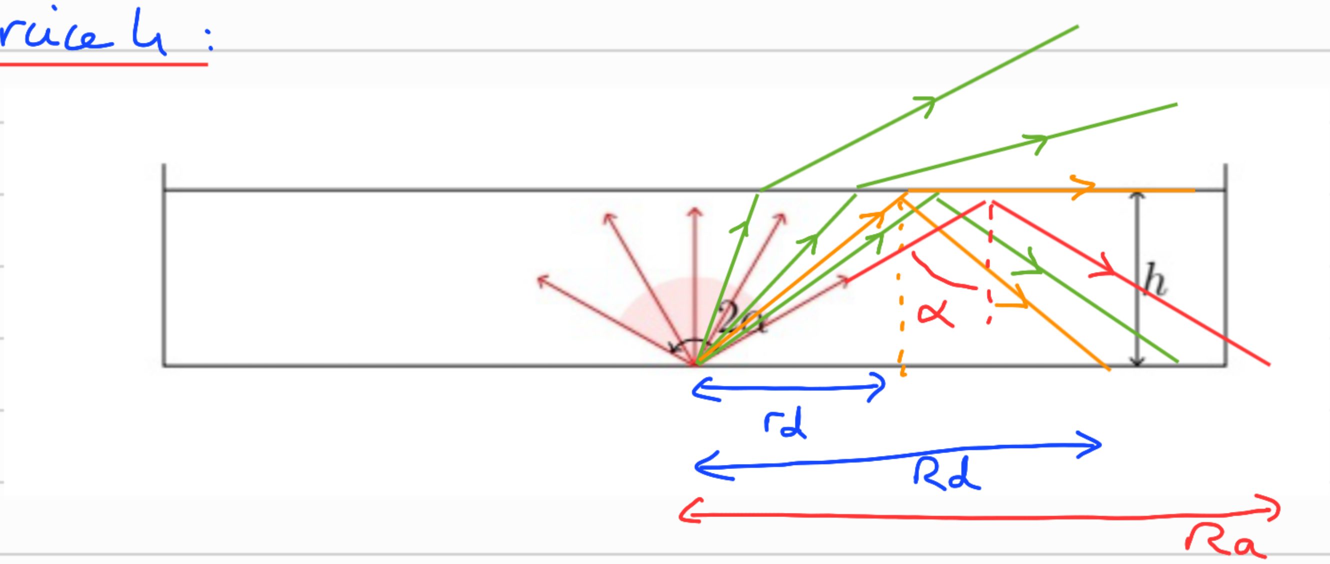
TD1 Correction

Exercice 4 :

Q1.



Q2. A l'interface eau-air, le rayon passe dans un milieu d'indice plus faible, donc il s'écarte de la normale. Il y a réflexion totale pour un angle limite tel que :

$n_{eau} \sin i_{RT} = n_{air} = 1$

AN : $i_{RT} = 49°$.

Q3 Pour $i > i_{RT}$ la lumière est entièrement réfléchie et éclaire le fond du bassin.

Pour $i < i_{RT}$ la lumière est partiellement réfléchie et éclaire le fond du bassin de façon moins intense

Le disque est donc moins lumineux que l'auréole.

Q4. R_d est tel que : $R_d = 2r_d$

$$\sin i_{RT} = \frac{r_d}{\sqrt{h^2 + r_d^2}} = \frac{1}{n_{eau}}$$

soit $n_{eau}^2 r_d^2 = (h^2 + r_d^2)4$

$$r_d^2(n_{eau}^2 - 1) = h^2$$

$$r_d = \frac{h}{\sqrt{n_{eau}^2 - 1}}$$

$$\boxed{R_d = \frac{2h}{\sqrt{n_{eau}^2 - 1}}}$$

AN : $R_d = \frac{2.1}{\sqrt{1{,}33^2 - 1}} = \underline{2{,}3 \text{ m}}$

Q5. L'auréole est limitée par "l'ouverture" du projecteur.

$$\tan \alpha = \frac{R_a/2}{h}$$

d'où $\boxed{R_a = 2h \tan \alpha}$

AN : $R_a = 2.1{,}0.\tan 60° = \underline{3{,}5 \text{ m}}$

Exercice 5 (fin)

Q5. c) $\delta t = \tau_2 - \tau_1 = \dfrac{n_1^2 L}{c n_2} - \dfrac{n_1 L}{c} = \dfrac{n_1 L}{c}\left(\dfrac{n_1}{n_2} - 1\right)$

soit $\boxed{\delta t = \dfrac{n_1 L}{c}\left(\dfrac{n_1}{n_2} - 1\right)}$

AN : $\delta t = \dfrac{1{,}456 . 1000}{3{,}00 . 10^8}\left(\dfrac{1{,}456}{1{,}410} - 1\right) = 1{,}58 . 10^{-7}\,s$

$\underline{\delta t = 0{,}158\,\mu s}$

Q6. Pour que les impulsions soient séparées en sortie de la fibre, il faut que la durée séparant 2 impulsions soit supérieure à l'élargissement δt : $T > \delta t$ (en supposant $T_1 \ll T$).

Soit $T_{min} = 0{,}158\,\mu s$ ce qui correspond à $6{,}32 . 10^6$ bits/s, ce qui est inférieur mais proche de la transmission 4G.

Exercice 7 :

Q1. Voir cours.

Q2. Voir cours + ex 3.

Q3. A l'interface air-eau on a $\sin i = n \sin r$
d'après la loi de Snell-Descartes.
En différenciant cette expression : $\cos i \, di = n \cos r \, dr$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dr}{di} = \frac{1}{n} \frac{\cos i}{\cos r}}$$

Q4. $n_{air} < n_{eau}$ donc la réflexion totale est possible à l'interface eau-air

Q5. D'après les lois de Snell-Descartes et l'orientation des angles :

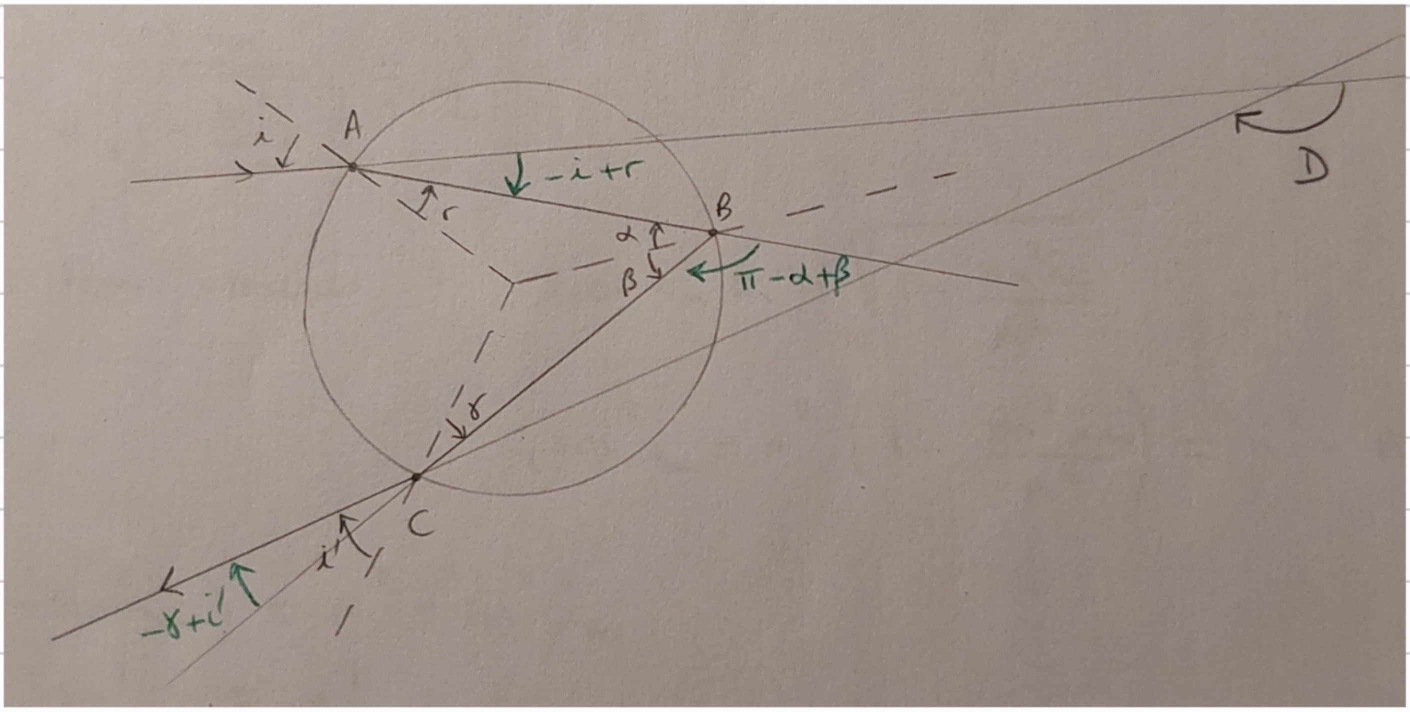
$$\left.\begin{array}{l} r = -\alpha \quad \text{(triangle isocèle)} \\ \alpha = -\beta \\ \beta = -\gamma \end{array}\right\} \alpha = -\beta = \gamma = -r$$

En utilisant ces égalités dans les lois de Snell-Descartes,
on a : $\sin i' = n \sin \gamma = n \sin(-r) = -n \sin r = -\sin i$

$$\Leftrightarrow \boxed{i' = -i}$$

Q6. $D = -i + r + \pi - \alpha + \beta - \gamma + i'$ ce qui donne
$D = -i + r + \pi + r + r + r - i = \pi + 4r - 2i\ [2\pi]$

pour avoir
$-180 < D < 180$



Q7. les rayons émergents sont parallèles quel que soit l'angle d'incidence i si la déviation D est indépendante de i.

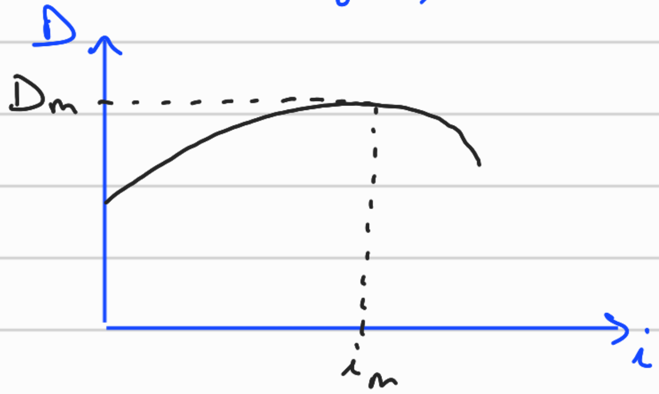
Q8. La condition précédente se traduit par $\frac{dD}{di} = 0$.

Q9. $D = \pi + 4r - 2i$

pour $i = 0$ $\quad r = 0 \Rightarrow D = \pi$

pour $i = \frac{\pi}{2}$ $\quad r = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow D = 4\arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$
$= 195°$ pour $n = 1{,}33$

Tracé de $D = f(i)$ à la calculatrice :



On trouve la valeur de i_m en résolvant $\frac{dD}{di} = 0$

$$\frac{dD}{di} = 0 \iff 4\frac{dr}{di} - 2 = 4 \cdot \frac{1}{n}\frac{\cos i}{\cos r} - 2$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{n}\frac{\cos i}{\sqrt{1-\sin^2 r}} - 2$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{n}\frac{\cos i}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}}} - 2$$

donc $\frac{dD}{di} = 0 \iff \frac{\cos i_m}{n\sqrt{1-\frac{\sin^2 i_m}{n^2}}} = \frac{1}{2}$

Q10. $2\cos i_m = n\sqrt{1-\frac{\sin^2 i_m}{n^2}}$

$$4\cos^2 i_m = n^2\left(1 - \frac{\sin^2 i_m}{n^2}\right) = n^2 - \sin^2 i_m$$

$$4(1-\sin^2 i_m) = n^2 - \sin^2 i_m$$

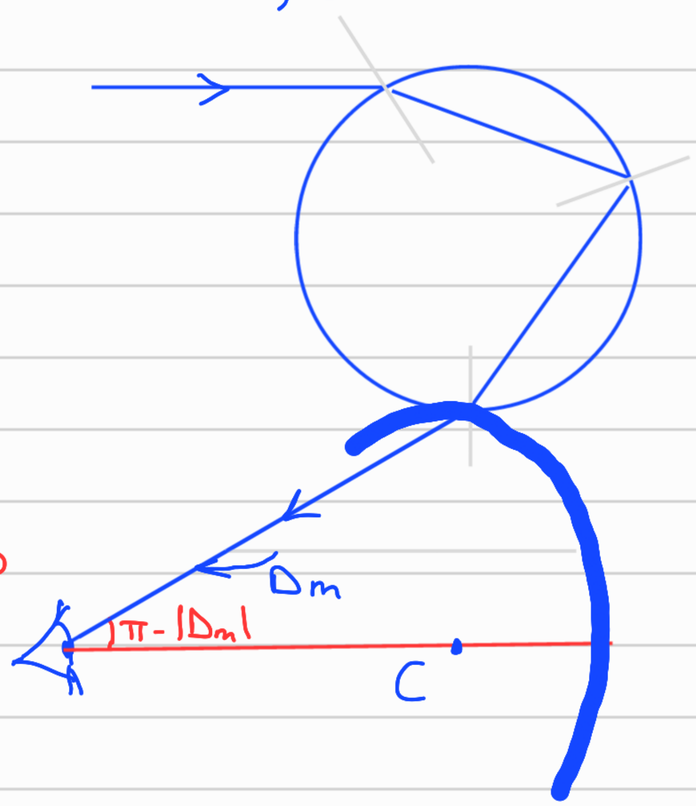
$$4 - 3\sin^2 i_m = n^2 \iff \sin^2 i_m = \frac{4-n^2}{3}$$

donc $\boxed{\sin i_m = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}}$

AN : $\sin i_m = \sqrt{\frac{4-1,33^2}{3}}$ on obtient $\underline{i_m = 60°}$

Q11. L'observateur voit apparaître un ensemble de portions de cercles concentriques sur le ciel (en avion on voit des cercles entiers).
Le centre de ces cercles, noté C se trouve sur la droite issue de l'oeil de l'observateur et parallèle aux rayons lumineux issus du Soleil.
En tout point de ces cercles, l'angle entre un rayon lumineux qui atteint l'observateur et la direction initiales des rayons du soleil est $\pi - D_m$ (voir schéma).

avec $-180 < D_m < 180$



Q12. Pour déterminer l'angle du cône, il faut :

* calculer i_m avec $\sin i_m = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$
* calculer r avec $\sin r = \frac{\sin i_m}{n}$
* calculer $D_m = \pi + 4r - 2i \; [2\pi]$
* calculer $\pi - |D_m|$ (ou $180 - |D_m|$ si angles en degrés)

AN pour le rouge :

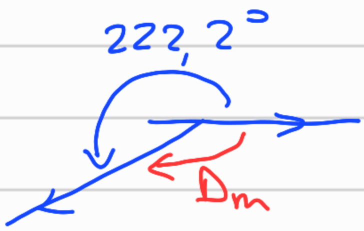
$n_r = 1{,}3317$

$i_{m,r} = \arcsin \sqrt{\frac{4-1{,}3317^2}{3}} \Rightarrow i_{m,r} = 59{,}5°$.

$r_r = \arcsin\left(\frac{\sin i_{m,r}}{1{,}3317}\right) \Rightarrow r_r = 40{,}3°$

$D_{m,r} = 180 + 4 \times 40{,}3 - 2 . 59{,}5 = 222{,}2°$

Soit D_m



Pour avoir $-180 < D_m < 180$: $-360 + 222{,}2°$

$D_m = -137{,}8°$.

Angle du cône rouge : $180 - 137{,}8 = 42{,}2°$

AN pour le violet :

$n_v = 1{,}3448$

$i_{m,v} = \arcsin\sqrt{\dfrac{4-1{,}3448}{3}} \Rightarrow i_{m,v} = 58{,}7°$.

$r_v = \arcsin\left(\dfrac{\sin i_{m,v}}{1{,}3448}\right) \Rightarrow r_v = 39{,}5°$

$D_{m,v} = 180 + 4 \times 39{,}5 - 2 \times 58{,}7 = 220{,}6°$

Pour avoir $-180 < D_m < 180$: $-360 + 220{,}6$

$D_m = -139{,}4°$.

Angle du cône violet : $180 - 139{,}4 = 40{,}6°$.

Q13. Le phénomène de dispersion (l'indice varie en fonction de la longueur d'onde) entraîne un étalement angulaire de l'arc en ciel : chaque couleur forme un cône d'angle différent.

Q14. L'angle du cône rouge est plus grand que l'angle du cône violet.

Les rayons rouges observés par l'oeil proviennent de gouttes de plus haute altitude et ce sont les rayons violets des gouttes de basse altitude qui entrent dans l'oeil. ⇒ Le violet est en dessous du rouge dans l'arc primaire.

Remarque : un arc en ciel secondaire est parfois observé au dessus de l'arc primaire, il correspond au cas où les rayons effectuent une réflexion supplémentaire dans la goutte.
l'arc en ciel secondaire est plus haut (52° au lieu de 41,5°), possède un étalement angulaire plus grand (4°) et est moins intense. L'ordre des couleurs est inversé : le rouge apparait à l'intérieur et le violet à l'extérieur.