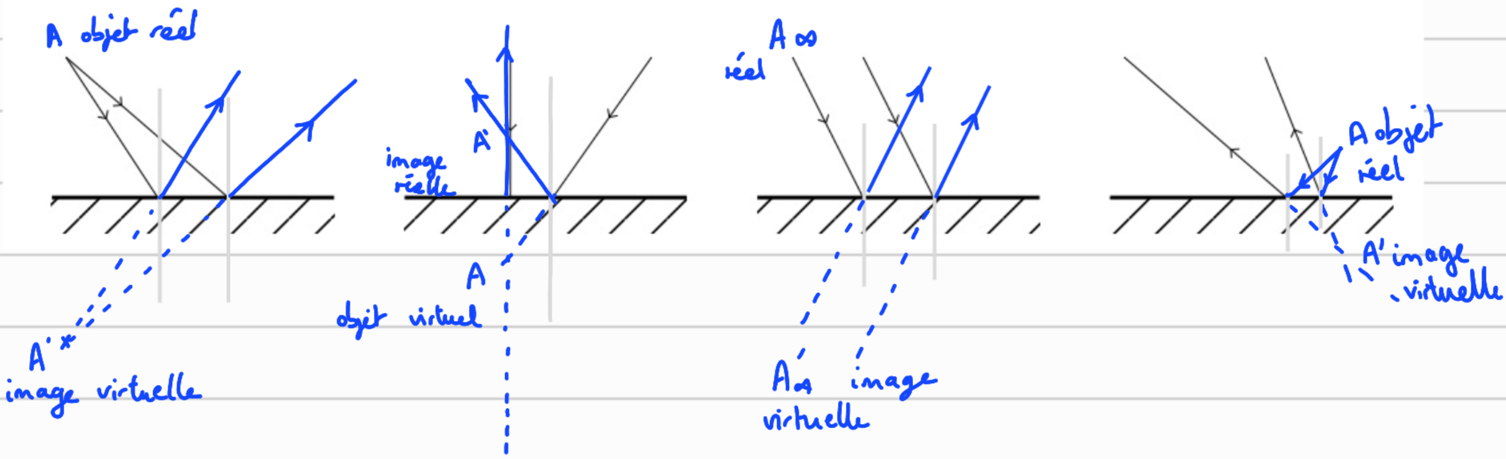
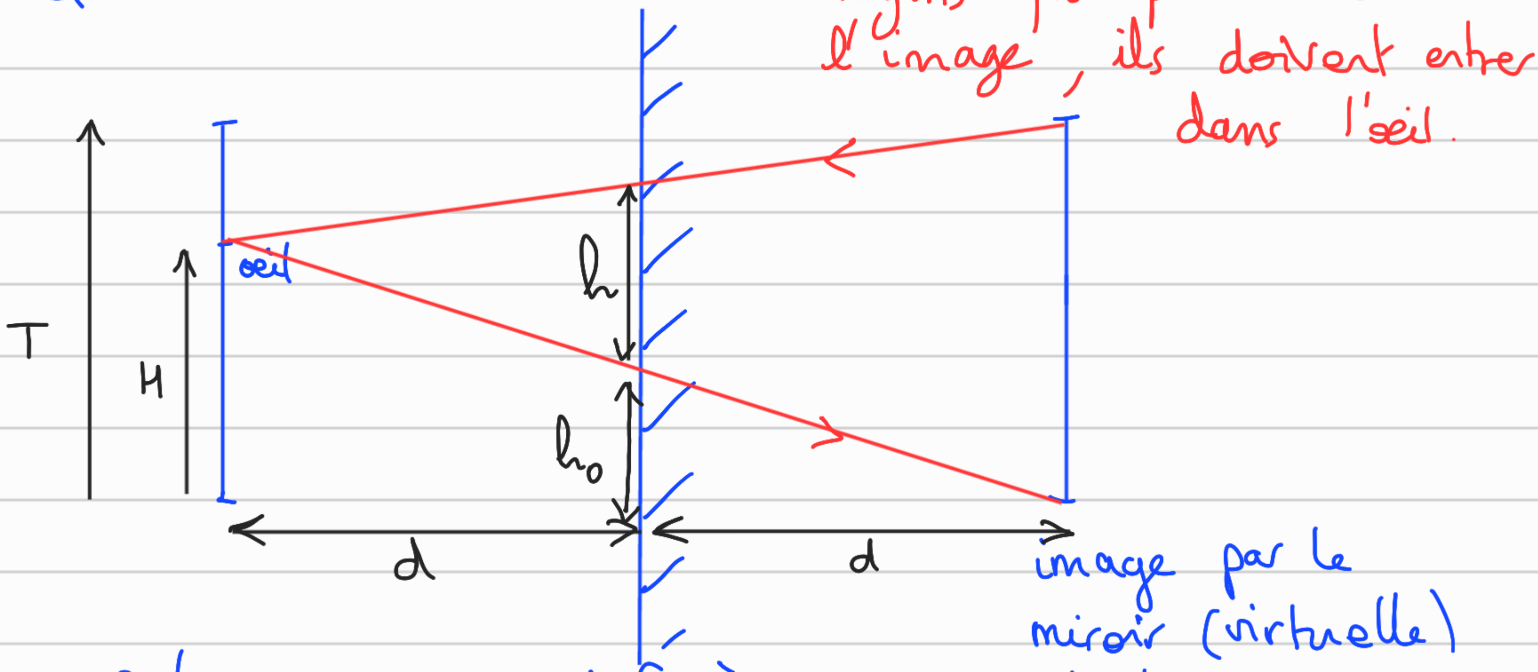
Correction du TD n° 2

Exercice 1 :



Exercice 2 :

Q1



D'après le Théorème de Thales,

On a : $\frac{h_0}{H} = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{h_0 = \frac{H}{2}}$

AN : $h_0 = \frac{1{,}60}{2} = 0{,}800 \text{ m}$

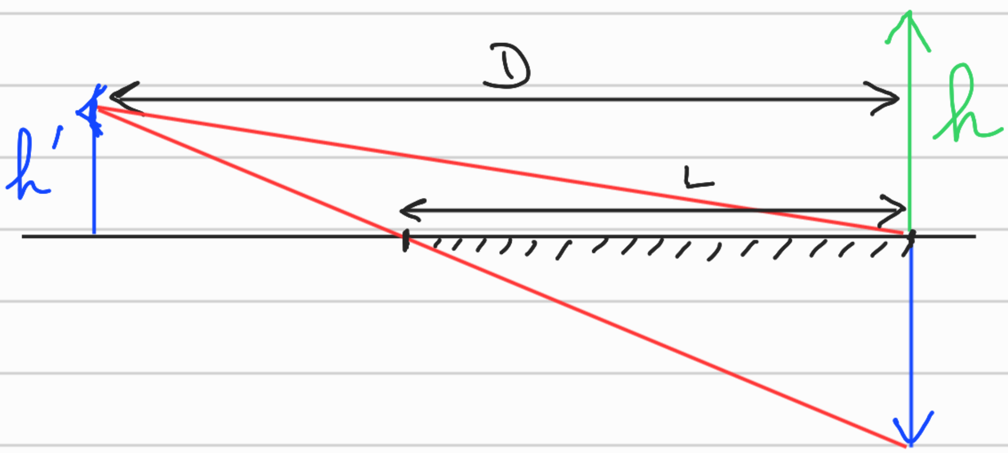
Et $\frac{h}{T} = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{h = \frac{T}{2}}$

AN : $h = \frac{1{,}80}{2} = 0{,}900 \text{ m}.$

Le miroir doit mesurer 90,0 cm et être posé à 80,0 cm du sol.

Peu importe la distance d.

Q2.



D'après le théorème de Thalès, on peut écrire :

$$\frac{D-L}{L} = \frac{h'}{h}$$

$\Leftrightarrow \quad (D-L)h = Lh'$

$L(h'+h) = Dh$

$$\boxed{L = \frac{Dh}{h+h'}}$$

AN avec $h' = 1{,}00$ m (hauteur des yeux de l'enfant :

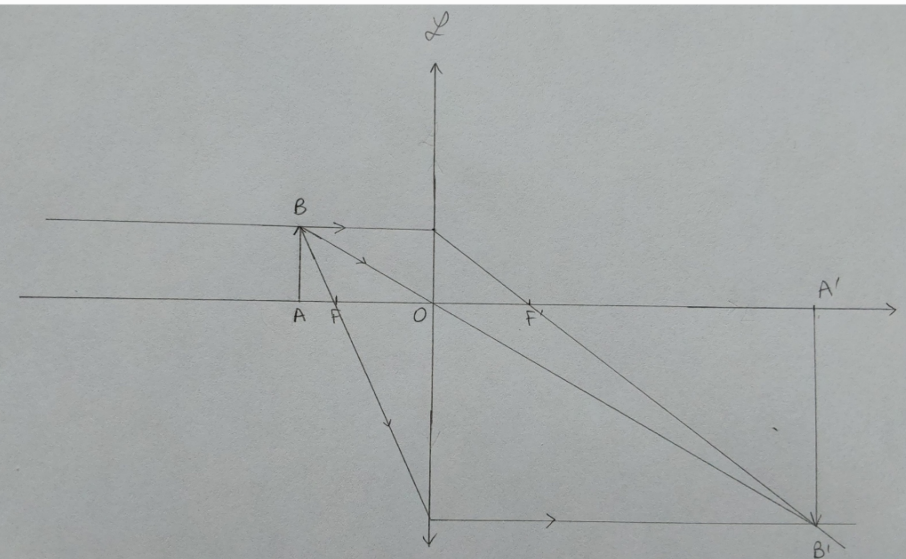
$$L = \frac{5{,}00 \times 1{,}50}{1{,}50 + 1{,}00}$$

$\underline{L = 3{,}00 \text{ m}}$

Le miroir doit être placé au pied de l'arbre et avoir une longueur $L = 3{,}00$ m

Exercice 3 :

Q1 a)



$\overline{OA} = -2{,}7$ cm sur le schéma soit $\overline{OA} = -13{,}5$ cm en réalité

$\overline{A'B'} = -4{,}5$ cm

b) D'après la formule de conjugaison :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - \overline{OA'}}{\overline{OA'} \cdot f'} \Rightarrow \boxed{\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \cdot f'}{f' - \overline{OA'}}}$$

AN : avec $\overline{OA'} = 0{,}40 \text{ m}$ et $f' = 0{,}10 \text{ m}$

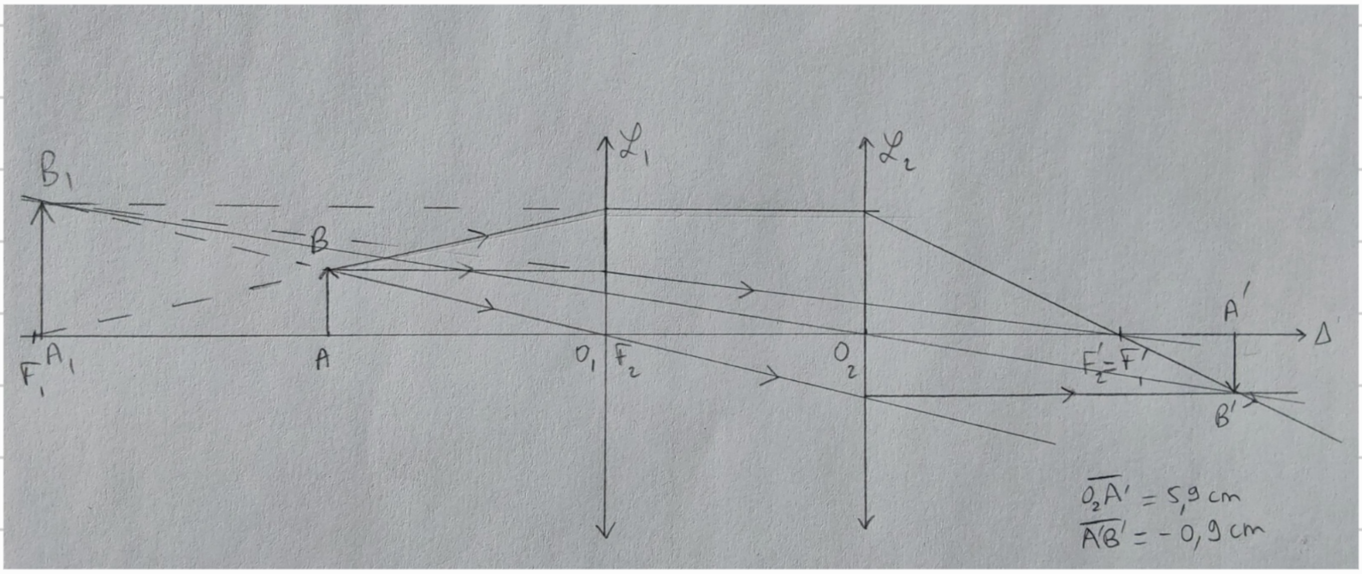
$$\overline{OA} = \frac{0{,}40 \times 0{,}1}{0{,}1 - 0{,}40} = \underline{-0{,}13 \text{ m}}$$

D'après la formule du grandissement :

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

AN : $\overline{A'B'} = \frac{0{,}015 \times 0{,}40}{-0{,}13} = \underline{-0{,}046 \text{ m}}$

Q2.
a)



b) $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$

On applique la relation de conjugaison à $\mathcal{L}_2$:

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{avec} \quad \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$$

$$-\frac{1}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}} = \frac{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} + f'_2}{f'_2\left(\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}\right)}$$

$$\boxed{\overline{O_2A'} = \frac{f'_2\left(\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}\right)}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} + f'_2}}$$

On détermine $\overline{O_1A_1}$ avec la relation de conjugaison appliquée à $\mathcal{L}_1$:

$$-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'_1} \iff \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{f'_1}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{f'_1 + \overline{O_1A}}{\overline{O_1A} \cdot f'_1} \qquad \boxed{\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \cdot \overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}}}$$

AN : $\overline{O_1A_1} = \dfrac{8{,}0 \times (-4)}{8{,}0 - 4} = -8{,}0$ cm.

D'où $\overline{O_2A'} = \dfrac{(-4-8{,}0).4{,}0}{-4{,}0-8{,}0+4{,}0} = \underline{6{,}0\text{ cm}}$

$\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$ et $\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \Rightarrow \overline{A_1B_1} = \dfrac{\overline{AB}.\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$

$\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1}.\dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{\overline{AB}.\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}.\dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$

AN : $\overline{A'B'} = \dfrac{1\times(-8{,}0)}{-4}.\dfrac{6{,}0}{-4-8{,}0} = \underline{-1\text{ cm}}$

Q3.

a) $V_1 = 5\,\delta \Leftrightarrow f'_1 = \frac{1}{5} = 0{,}2\text{ m} = 20\text{ cm}$

$V_2 = -10\,\delta \Leftrightarrow f'_2 = -\frac{1}{10} = -0{,}1\text{ m} = -10\text{ cm}$

et d'après l'énoncé $\overline{O_1A} = -1\text{ m}$

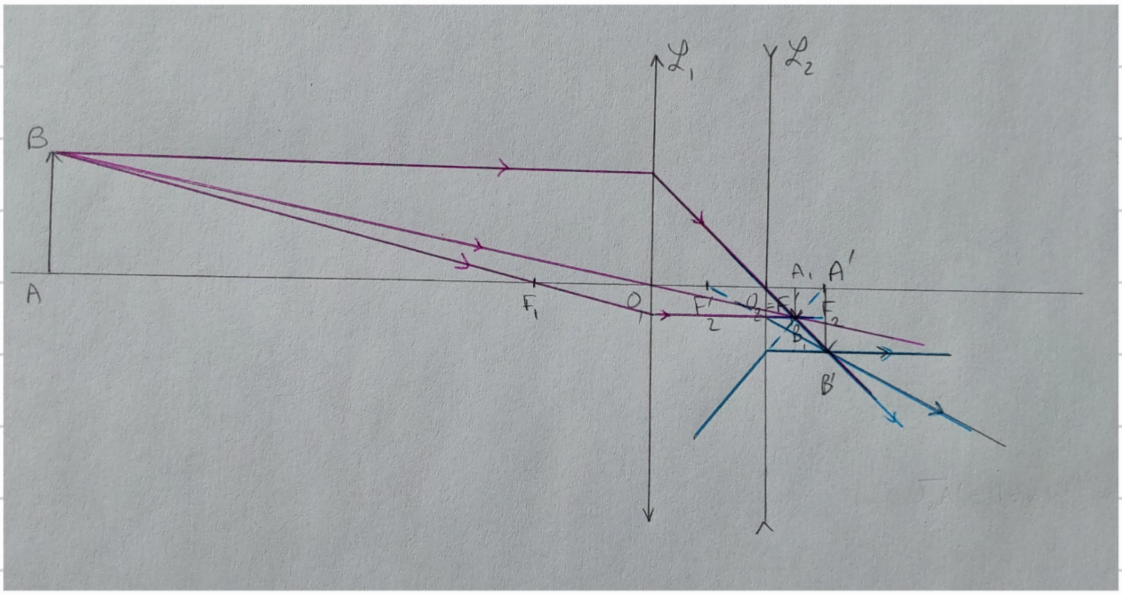
On choisit les échelles :

* dans la direction de l'axe optique :

1 cm sur le schéma $\Leftrightarrow$ 10 cm dans la réalité

* dans la direction transverse :

1 cm sur le schéma $\Leftrightarrow$ 10 cm dans la réalité



On mesure sur le schéma : $\overline{O_2A'} = 1{,}0$ cm

soit $\overline{O_2A'} = 10$ cm dans la réalité

et $\overline{A'B'} = 1{,}1$ cm sur le schéma soit

$\overline{A'B'} = 11$ cm dans la réalité.

b) $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$

Formule de conjugaison pour déterminer l'image de AB par $\mathcal{L}_1$:

$$-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f_1'}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{O_1A} + f_1'}{f_1' \times \overline{O_1A}}$$

$$\boxed{\overline{O_1A_1} = \frac{f_1' \times \overline{O_1A}}{\overline{O_1A} + f_1'}}$$

AN : $\overline{O_1A_1} = \dfrac{0{,}20 \times (-1)}{-1 + 0{,}20} = \underline{0{,}25 \text{ m}}$

On applique la formule de conjugaison à $\mathcal{L}_2$ pour déterminer l'image $A'B'$ de A_1B_1 par $\mathcal{L}_2$:

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f_2'}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{O_2A_1} + f_2'}{f_2' \times \overline{O_2A_1}}$$

avec $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$

$$\boxed{\overline{O_2A'} = \frac{f_2' \times (\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1})}{(\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A}) + f_2'}}$$

AN : $\overline{O_2A'} = \dfrac{-0{,}10 \times (-0{,}20 + 0{,}25)}{(-0{,}20 + 0{,}25) - 0{,}10} = \underline{0{,}10 \text{ m}}$

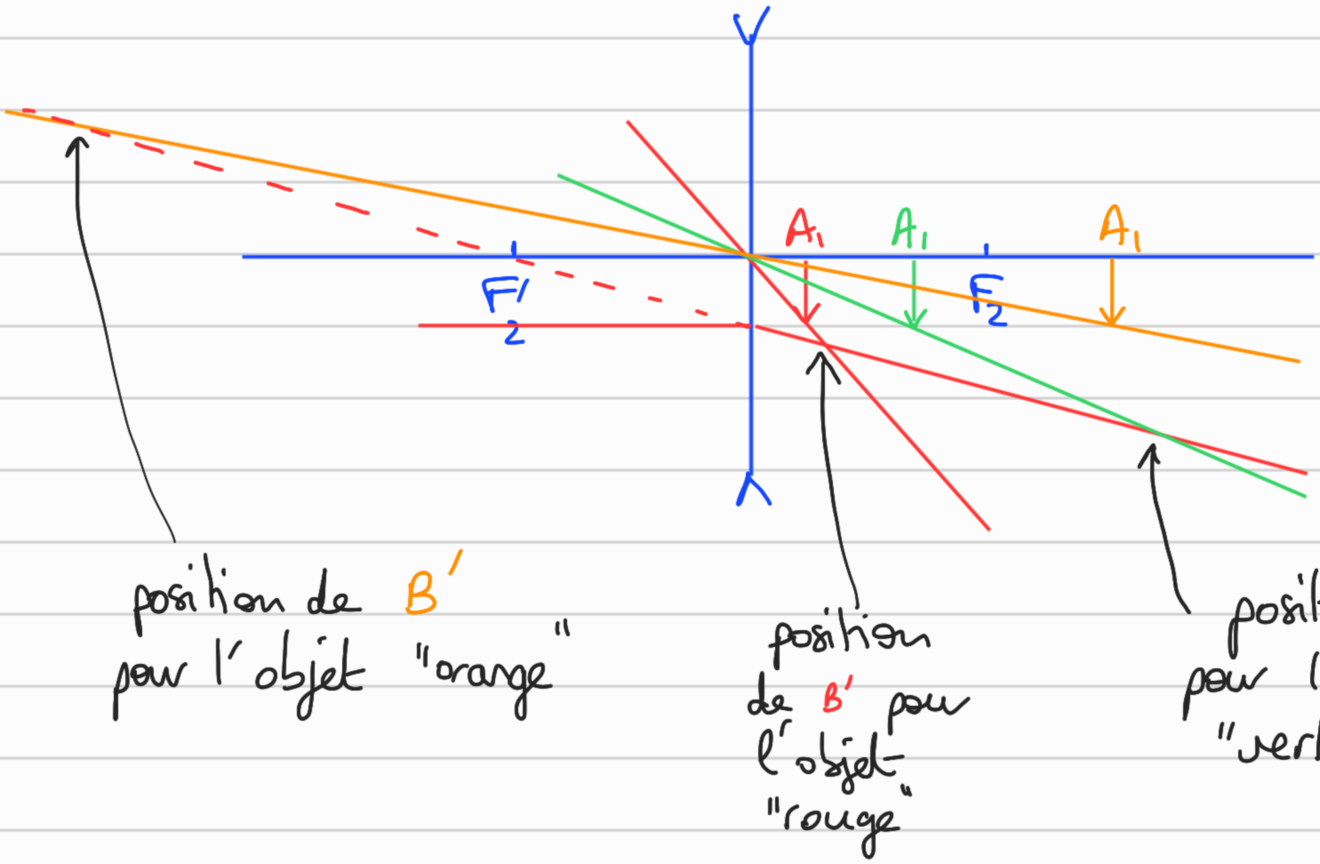
Pour déterminer la taille de $A'B'$ on utilise la formule du grandissement pour $\mathcal{L}_1$ puis pour $\mathcal{L}_2$:

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$$

$$\text{Soit} \quad \overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \overline{AB} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$$

$$\text{AN :} \quad \overline{A'B'} = 0,20 \times \frac{0,25}{-1} \times \frac{0,10}{-0,20+0,25} = \underline{-0,1 \text{ m}}$$

c) A_1B_1 constitue un objet virtuel pour $\mathcal{L}_2$.
Ci dessous on voit comment évolue son image A'B' en fonction de la configuration.



Pour augmenter la taille de A'B' en conservant une image réelle, il faut

éloigner O_2 de A_1 (en conservant $\overline{O_2A_1} > 0$
et $\overline{O_2A_1} < \overline{O_2F_2}$)

d) Pour que $A'B'$ soit rejetée à l'infini, il faut que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_2$ (définition du plan focal objet).

Il faut donc $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2}$.

Exercice 4 :

Q1. L'étoile 1 est située à l'infini sur l'axe optique donc les rayons qui en proviennent arrivent sur la lunette en étant parallèles entre eux et dans la direction de l'axe optique.

L'étoile 2 est située à l'infini hors de l'axe optique donc les rayons qui en proviennent arrivent sur la lunette en étant parallèles entre eux et inclinés d'un angle θ par rapport à l'axe optique.

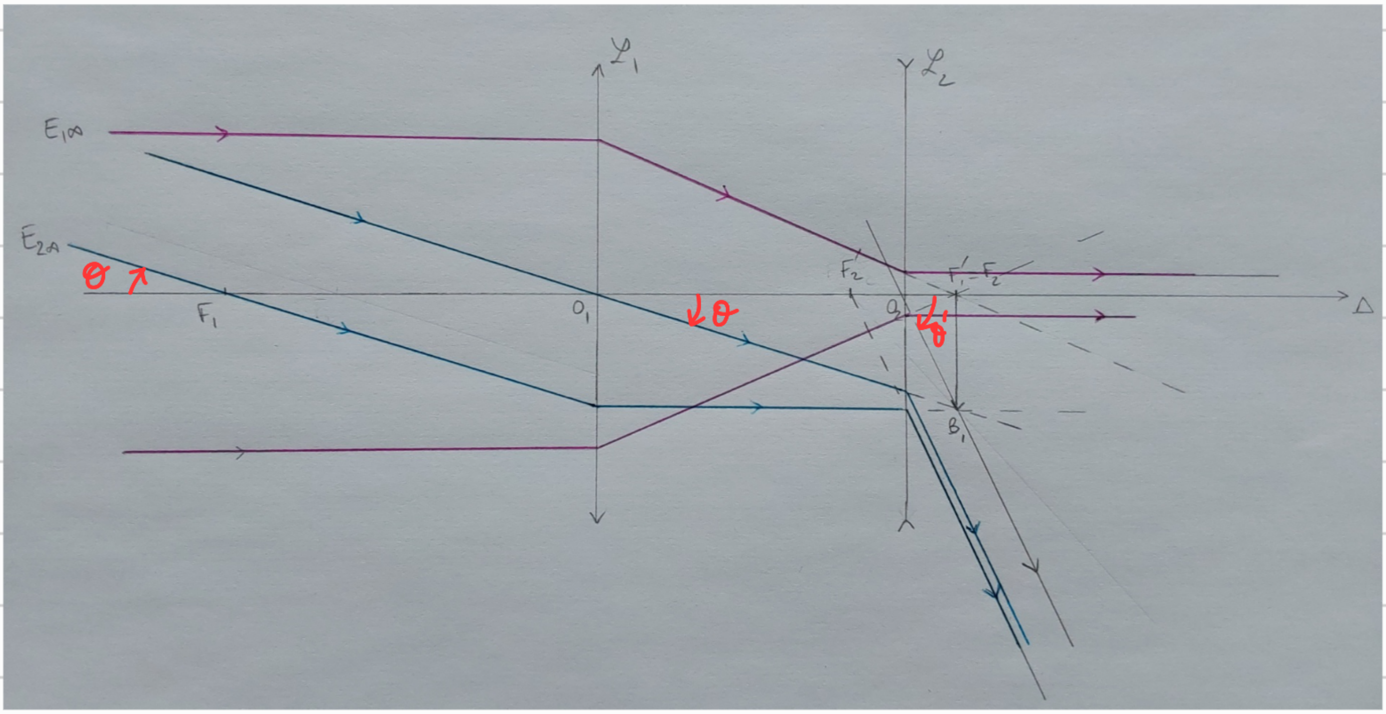
Q2. L'image finale doit se former à l'infini pour qu'elle puisse être observée sans fatigue.

L'étoile E1 observée étant située à l'infini sur l'axe optique, son image par $\mathcal{L}_1$ sera en F_1'.

Pour que $\mathcal{L}_2$ donne une image à l'infini de F_1', il faut que F_1' coïncide avec F_2 le foyer objet de l'oculaire.

On a ainsi : $E_{1\infty} \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'_\infty$

Q3.



Q4. Dans le triangle $O_2F_2B_1$ on a

$$\tan \theta' = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}}$$

Dans le triangle $O_1F_2B_1$ on a

$$\tan\theta = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_1F_2}}$$

Dans les conditions de Gauss les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique donc on peut faire les approximations $\tan\theta \simeq \theta$ et $\tan\theta' \simeq \theta'$

On a donc $G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}} \times \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{F_2B_1}} = \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_2F_2}}$

or $\overline{O_1F_2} = \overline{O_1F_1'} = f_1'$ et $\overline{O_2F_2} = -\overline{O_2F_2'} = -f_2'$

Soit $\boxed{G = -\frac{f_1'}{f_2'}}$

AN : $G = -\frac{7{,}5}{-2{,}5.10^{-2}} = \underline{300}$

Q5 $\overline{A_1B_1}$ n'est pas modifiée lorsqu'on déplace $\mathcal{L}_2$.

On a $\overline{A_1B_1} = \overline{O_1F_1'} . \tan\theta$

Soit $\overline{A_1B_1} \simeq \theta . f_1'$

A_1 n'est plus situé en F_2 donc son image par $\mathcal{L}_2$ n'est pas à l'infini.

On applique la relation de conjugaison pour déterminer la position de l'image de A_1B_1 par $\mathcal{L}_2$:

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{f_2'}$$

Or on sait que $\dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = 2$ et

d'après la formule du grandissement

$$\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = \gamma \quad (=2 \text{ ici})$$

On a donc $\overline{O_2A_2} = 2\,\overline{O_2A_1}$

On injecte dans la relation de conjugaison :

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{2\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$$

Soit $-\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'}$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{2}{f'_2}$$

$$\boxed{\overline{O_2A_1} = -\frac{f'_2}{2}}$$

AN : $\overline{O_2A_1} = -\frac{2,5.10^{-2}}{2}$

$$\underline{\overline{O_2A_1} = 1,25.10^{-2}\ m}$$

Q6. La plus petite image détectable sur le récepteur a une taille $a = 9\ \mu m$.

Soit $\overline{A_2B_2}_{min} = a$.

Or $\overline{A_2B_2} = 2\overline{A_1B_1}$ et $\overline{A_1B_1} = \theta \times f'_1$

On a donc $2\theta_{min} \times f'_1 = a$

$$\boxed{\theta_{min} = \frac{a}{2 f'_1}}$$

AN : $\theta_{min} = \frac{9.10^{-6}}{2.7,5} = \underline{6.10^{-7}\ rad}$

Conversion en degrés :

2π rad $\rightarrow 360°$
$6.10^{-7} \rightarrow ?$

$$\theta_{min} = \frac{6.10^{-7} \times 360}{2\pi}$$

et $1° \longrightarrow 3600''$ d'arc

donc $\theta_{min} = \dfrac{6.10^{-7} \times 360}{2\pi} \times 3600 = \underline{0{,}124''\text{ d'arc}}$

Q7 La plus grande image détectable est celle qui remplit toute la diagonale de l'écran, que l'on note L :

$$L = \sqrt{(768a)^2 + (512a)^2} = a\sqrt{768^2 + 512^2}$$

$$\text{AN : } L = \sqrt{768^2 + 512^2} \times 9.10^{-6} = 8.10^{-3}\text{ m}.$$

Comme à la question Q6, on détermine θ_{max} grâce au grandissement :

$$\frac{\overline{A_2B_2}_{max}}{\overline{A_1B_1}_{max}} = 2 \quad \text{et} \quad \overline{A_1B_1}_{max} = f'_1 . \theta_{max}$$

On obtient : $\theta_{max} = \dfrac{\overline{A_1B_1}_{max}}{f'_1} = \dfrac{\overline{A_2B_2}_{max}}{2f'_1}$

Soit $\boxed{\theta_{max} = \dfrac{L}{2f'_1}}$ AN : $\theta_{max} = \dfrac{8.10^{-3}}{2 \times 7{,}5} = 5{,}5.10^{-4}\text{ rad}$

Conversion en degrés : $\theta_{max} = 5{,}5.10^{-4} \times \dfrac{360}{2\pi}$

$\theta_{max} \simeq 3,2.10^{-2}\ °$

Conversion en minutes d'arc :

$\theta_{max} = 3,2.10^{-2} \times 60 = \underline{1,9' \text{ d'arc}}$.

Exercice 5 :

Q1 La distance d_{CR} cristallin - rétine étant fixe, c'est la vergence du cristallin qui varie lorsque l'objet observé se déplace.

* En appliquant la relation de conjugaison au centre pour un objet situé au PR ($\overline{OA}$ tend vers $-\infty$)

$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'_{max}}$ soit $\boxed{V_{min} = \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{d_{CR}}}$

AN : $V_{min} = \frac{1}{167.10^{-3}} = \underline{5,99\ \delta}$.

* Pour un objet situé au PP ($\overline{OA} = -25$ cm) on obtient :

$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'_{min}}$ soit $\boxed{V_{max} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{d_{CR}}}$

AN $V_{max} = -\frac{1}{-0,25} + \frac{1}{16,7.10^{-3}} = \underline{63,9\ \delta}$

Q2 * A 33 ans, $V_{max} = 59,9 + 4 = 63,9\ \delta$

$\Rightarrow$ PP à $\underline{25\text{ cm}}$ (Q1)

* A 45 ans $V_{max} = 59,9 + 1 = 60,9\ \delta$

On applique la relation de conjugaison pour déterminer le PR :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{d_{cR}} = V_{max}$$

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{d_{cR}} - V_{max} = \frac{1 - d_{cR} . V_{max}}{d_{cR}}$$

$$\overline{OA} = \frac{d_{cR}}{1 - d_{cR} \times V_{max}}$$

AN : $\overline{OA} = \frac{16,7.10^{-3}}{1 - 16,7.10^{-3} \times 60,9} = \underline{-0,981\text{ m}}$

* A 70 ans $V_{max} = 59,9 + 0,25 = 60,15\ \delta$

Ce qui donne $\overline{OA} = \frac{16,7.10^{-3}}{1 - 16,7.10^{-3} \times 60,15} \simeq \underline{-3,71\text{m}}$

Q3.

avec $\theta_\ell = 1'$ d'arc (pouvoir séparateur de l'œil), et d_{PP} = distance de l'œil au PP.

on a donc $\tan\theta_\ell = \dfrac{AB_{min}}{d_{PP}} \approx \theta_\ell$

Soit : $AB_{min} = \theta_\ell \times d_{PP}$

avec $\theta_\ell = 1'$ d'arc $= \dfrac{1}{60}^\circ = \dfrac{1}{60} \times \dfrac{2\pi}{360} = 2{,}9.10^{-4}$ rad

AN : à 33 ans $AB_{min} = 2{,}9.10^{-4} \times 0{,}25$
$= 7{,}3.10^{-5}$ m
$= \underline{73\ \mu m}$

à 45 ans $AB_{min} = 2{,}9.10^{-4} \times 0{,}981$
$= 2{,}8.10^{-4}$ m
$= \underline{280\ \mu m}$.

à 70 ans $AB_{min} = 2{,}9.10^{-4} \times 3{,}71$
$= 1{,}1.10^{-3}$ m
$= \underline{1{,}1\ mm}$.

Q4. Le PR de cette personne étant situé à 11 cm, il voit sans fatigue les objets situés 11 cm devant l'œil.
Le verre de lunette aura donc pour rôle de former l'image d'un objet situé à l'infini à cet endroit, c'est à dire 11 cm devant l'œil.

On a donc

$$A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} \underset{\substack{= 11\text{cm} \\ \text{devant} \\ \text{l'œil.}}}{A_1} \xrightarrow{\mathcal{L}_{crist.}} A' \text{ sur la rétine}$$

Or A_1 est aussi situé dans le plan focal image de $\mathcal{L}_1$ (objet A à l'∞)
donc $\overline{O_1A_1} = f'_1$

Or $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1}$

(avec O_2 = centre optique de la lentille modélisant le cristallin).

d'où $\boxed{f'_1 = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1}}$

AN : $f'_1 = 1 + (-11) = -10 \text{ cm} = \underline{-0{,}1 \text{ m}}$

On détermine alors la vergence du verre de lunette :

$$\boxed{V = \frac{1}{f'}}$$

AN : $V = -\frac{1}{0{,}1} = \underline{-10\ \delta}$.

Q5. Le verre correcteur permet de former l'image d'un objet à l'infini sur le PR de l'œil non corrigé.

Soit $A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_{corr}} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_{crist}} A'$ sur la rétine

A_1 situé au PR de l'œil

La vergence des verres correcteurs étant $V = +2\ \delta$, on a donc $f'_{corr} = 0{,}50$ m

$$\overline{O_1A_1} = f'_{corr} = 0{,}50\ \text{m} = 50\ \text{cm}$$

et $PR = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$

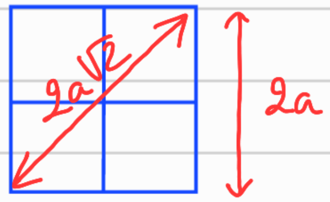
AN : $PR = -1 + 50 = 49$ cm

Le PR est donc situé 49 cm derrière le cristallin.

Exercice 6

On considère que le mouvement des athlètes se fait dans un plan orthogonal à l'axe optique de l'appareil photo.

Pour que la durée d'exposition τ ne détériore pas la photo, il faut que la distance parcourue par le coureur pendant cette durée soit inférieure à la taille de 2 pixels



Soit $A'B'_{max} = 2a\sqrt{2}$

Or $AB = v \times \tau$ soit $AB_{max} = v \times \tau_{max}$

Or la relation du grandissement permet d'écrire :

$$\frac{\overline{A'B'}_{max}}{\overline{AB}_{max}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} < 0$$ car l'objet et l'image sont réelles.

En combinant ces relations, on obtient

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{2a\sqrt{2}}{v \times \tau_{max}}$$

Soit $\overline{OA'} = -\overline{OA}\ \dfrac{2a\sqrt{2}}{v \times \tau_{max}}$

Et la relation de conjugaison peut donc s'écrire :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{v \times \tau_{max}}{-\overline{OA} \times 2a\sqrt{2}} = \frac{1}{f'}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{v \times \tau_{max}}{2a\sqrt{2} \times \overline{OA}} = -\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{f'} = \frac{-f' - \overline{OA}}{f' \times \overline{OA}}$$

$$\boxed{\tau_{max} = -\frac{2a\sqrt{2}}{f'}\left(f' + \overline{OA}\right)}$$

ici $a = 30.10^{-6}\,m$

$v = 36\ km.h^{-1} = 36 \times \dfrac{1000}{3600} = 10\,m.s^{-1}$

$\overline{OA} = -100\,m$; $f' = 38.10^{-3}\,m$.

AN : $\tau_{max} = -\dfrac{2 \times 30.10^{-6} \times \sqrt{2}}{38.10^{-3}} \times (38.10^{-3} - 100)$

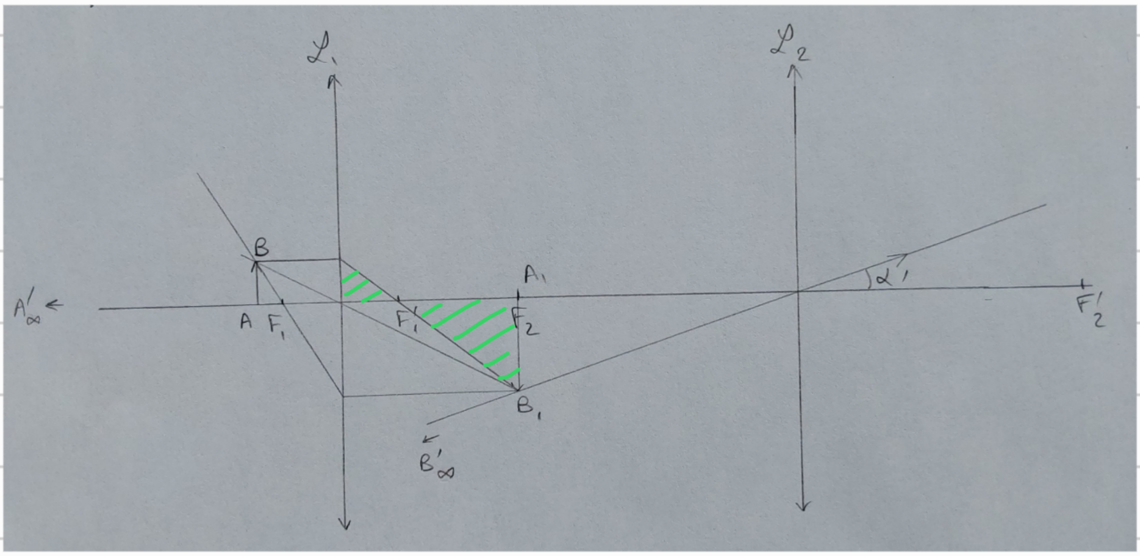
$\tau_{max} = 0{,}22 s = \underline{220 \text{ ms}}$

Exercice 7 :

Un microscope est un système optique constitué de 2 lentilles appelées objectif (lentille située près de l'objet) et oculaire (lentille située près de l'œil).

Comme on veut faire une observation sans fatigue oculaire, l'image finale sera située à l'infini (qui est le PR d'un œil emmetrope).

On a donc : $A \xrightarrow{\mathcal{L}_{obj}} A_1 = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_{oc.}} A'_\infty$



Pour déterminer si le patient est en bonne santé il faut estimer le nombre de globules rouges par mm^3 de son sang.

Pour cela il faut déterminer à quel volume de sang correspond le disque observé puis dénombrer les globules s'y trouvant.

Le volume est celui d'un cylindre de base $\pi \times AB^2$ avec AB = plus grande distance de l'échantillon observable dans le champ, et de hauteur égale à la profondeur de champ (voir définition dans l'énoncé)

Etape 1 : détermination des distances focales des 2 lentilles.

* D'après le schéma $\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

et d'après l'énoncé $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{d_m}$

avec d_m = distance oeil - PP.

On a donc $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{d_m}{A_1B_1}$

Soit $G_c = \dfrac{d_m}{f'_2} \Leftrightarrow \boxed{f'_2 = \dfrac{d_m}{G_c}}$

AN : $f'_2 = \dfrac{0{,}25}{10} = \underline{0{,}025 \text{ m}}$

* $|\gamma_1| = \left|\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}\right|$ d'après l'explication de l'énoncé

et d'après le tracé $\left|\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}\right| = \left|\dfrac{\overline{F'_1F_2}}{f'_1}\right|$
(théorème de Thales dans les triangles hachurés)

Soit $\boxed{f'_1 = \dfrac{\Delta}{|\gamma_1|}}$

AN : $f_1 = \dfrac{160.10^{-3}}{60} = \underline{2{,}7.10^{-3} \text{ m}}$

Etape 2 : détermination du rayon du disque observé

$|\overline{A_1B_1}| = |\gamma_1| \times |\overline{AB}|$

Or d'après l'énoncé il y a un diaphragme d'ouverture pour l'oculaire, placé au foyer de celui-ci, qui détermine donc la taille maximale de A_1B_1.

$$A_1B_{1\,max} = \frac{D}{2}$$

Soit $\boxed{AB_{max} = \frac{D/2}{|\gamma_1|}}$

AN: $AB_{max} = \frac{20.10^{-3}}{2\times 60} = \underline{1{,}7.10^{-4}\,m}$.

(rayon du disque observé)

Etape 3 : détermination de la profondeur de champ δ

Pour cela il faut déterminer les positions des objets qui donnent respectivement une image finale au PP et au PR d'un oeil emmetrope.

* image finale à l'infini :

$$A_0 \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'_\infty$$

A est donc le conjugué de F_2 par $\mathcal{L}_1$

On applique la relation de conjugaison (aux foyer car on a $\overline{F_1'F_2}$ dans les données)

$\overline{F_1A_0}.\overline{F_1'F_2} = -f_1'^2$ soit $\boxed{\overline{F_1A_0} = \frac{-f_1'^2}{\Delta}}$

* image finale au PP

$A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$ au PP avec

l'oeil placé en F_2' d'après l'énoncé.

A_1 et A' sont conjugués par $\mathcal{L}_2$:

$\overline{F_2A_1} \times \overline{F_2'A'} = -f_2'^2$ avec $\overline{F_2'A'} = -d_m$

Soit $\overline{F_2A_1} = \dfrac{f_2'^2}{d_m}$

Et A_1 est le conjugué de A_∞ par $\mathcal{L}_1$:

$\overline{F_1A_\infty} \times \overline{F_1'A_1} = -f_1'^2$ et $\overline{F_1'A_1} = \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2A_1}$

$= \Delta + \dfrac{f_2'^2}{d_m}$

On a donc $\boxed{\overline{F_1A_\infty} = \dfrac{-f_1'^2}{\Delta + f_2'^2/d_m}}$

* Expression de δ : $\delta = \overline{A_0A_\infty} = \overline{A_0F_1} + \overline{F_1A_\infty}$

$$\delta = \frac{f_1'^2}{\Delta} - \frac{f_1'^2}{\Delta + f_2'^2/d_m} = \frac{f_1'^2}{\Delta}\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{f_2'^2}{\Delta d_m}}\right)$$

Or d'après ce qui précède $\frac{d_m}{f_2'} = G_c$

On a donc $\delta = \frac{f_1'^2}{\Delta}\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{d_m}{\Delta G_c^2}}\right)$

On peut faire l'AN directement, ou simplifier l'expression car ici on a

$$\frac{d_m}{\Delta G_c^2} = \frac{2{,}5.10^{-1}}{160.10^{-3} \times 10^2} = 1{,}5.10^{-2} \ll 1$$

et alors on utilise $\frac{1}{1+x} \simeq 1 - x$ pour $x \ll 1$

Soit $\delta = \frac{f_1'^2}{\Delta}\left(1 - 1 + \frac{d_m}{\Delta G_c^2}\right) = \frac{f_1'^2 d_m}{\Delta^2 G_c^2}$

Or on a montré précédemment que $f_1' = \frac{\Delta}{\gamma_1}$

donc on obtient $\delta = \frac{\Delta^2}{\gamma_1^2} \frac{d_m}{\Delta^2 G_c^2}$

Soit $\boxed{\delta = \frac{d_m}{\gamma_1^2 . G_c^2}}$

AN : $\delta = \frac{2{,}5.10^{-1}}{60^2 \times 10^2} = \underline{6{,}9.10^{-7}\,m}$

Etape 4 : Estimation de la densité de globules n^*

$$n^* = \frac{N}{V} = \frac{N}{S \times \delta}$$ avec N = nombre de globules comptés dans l'image.

$$n^* = \frac{N}{\pi \times AB_{max}^2 \times \delta}$$

Dans $1/8^e$ du disque on compte 35 globules donc $N = 8 \times 35$

et $$n^* = \frac{8 \times 35}{\pi \times (1,7.10^{-4})^2 \times 6,9.10^{-7}} = 4,5.10^{15} \text{ globules/m}^3$$

or $1 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$ donc

$n^* = 4,5.10^6$ globules $/\text{mm}^3$

soit 4,5 millions de globules $/\text{mm}^3$,

l'analyse de sang est donc normale.