

Correction du TD 19

Exercice 1 :

Q1. Le système cesse d'évoluer lorsque les 2 corps sont à la même température T_f .

L'ensemble formé par les 2 corps étant isolé et suivant une évolution isobare on a $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$

$$\text{Soit } C(T_f - T_1) + C(T_f - T_2) = 0$$

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$Q2. \Delta S_1 = C \ln \frac{T_f}{T_1} \quad \text{et} \quad \Delta S_2 = C \ln \left(\frac{T_f}{T_2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_1} + C \ln \frac{T_f}{T_2}$$

$$\Delta S = C \ln \left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2} \right)$$

$$Q3 \quad \text{On pose } \Delta T = T_1 - T_f = T_2 - T_f$$

$$\Delta T^2 = \left(\frac{T_1 - T_2}{2} \right)^2 = \frac{T_1^2}{4} + \frac{T_2^2}{4} - \frac{T_1 T_2}{2}$$

$$\text{et } T_f^2 = \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right)^2 = \frac{T_1^2}{4} + \frac{T_2^2}{4} + \frac{T_1 T_2}{2}$$

En soustrayant membre à membre :

$$T_f^2 - \Delta T^2 = T_1 T_2$$

$$\Rightarrow \Delta S = c \ln \left(\frac{T_f^2}{T_f^2 - \Delta T^2} \right)$$

$$\text{Or } T_f^2 - \Delta T^2 \leq T_f^2 \Rightarrow \frac{T_f^2}{T_f^2 - \Delta T^2} \geq 1$$

$$\text{et } \Delta S \geq 0$$

La variation d'entropie est donc positive, sauf si $\Delta T = 0$, c'est à dire si $T_1 = T_2$.

Remarque : le système total étant isolé, on a $S_{\text{ech}} = 0$ donc $\Delta S = S_{\text{créée}}$.

(On ne peut rien dire pour l'entropie échangée et créée entre les 2 corps car on n'a pas d'information sur le contact entre les solides).

$$\text{Q4. On a } \Delta S = c \ln \left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2} \right)$$

$$\text{Soit } \Delta S = C \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}$$

$$\text{or } (T_1 + T_2)^2 = (T_1 - T_2)^2 + 4T_1 T_2$$

$$\Rightarrow \Delta S = C \ln \left(1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4T_1 T_2} \right)$$

avec $T_2 = T_1(1 + \varepsilon)$ on obtient :

$$\Delta S = C \ln \left(1 + \frac{T_1^2 \varepsilon^2}{4T_1^2(1 + \varepsilon)} \right)$$

$$\Delta S = C \ln \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{4(1 + \varepsilon)} \right) \approx C \ln \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{4} (1 - \varepsilon) \right)$$

$$\Delta S \approx C \ln \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{4} \right)$$

Or DL de $\ln(1+x)$ au voisinage de 0 :

$$\ln(1+x) \approx x \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta S = \frac{C \cdot \varepsilon^2}{4}}$$

La variation d'entropie est infiniment petite (en ε^2) d'ordre supérieur à la variation de température (en ε)

\Rightarrow Pour 2 systèmes ayant des températures très proches, de petites fluctuations peuvent entraîner une variation faible de T de façon réversible.

Exercice 2 :

Q1. A l'équilibre, les pressions et températures seront égales dans les 2 compartiments.

$$P_1 = P_2$$

$$T_1 = T_2$$

(paroi mobile et diathermane).

	EI	EF
Compartiment 1	T_0	T_1
	P_0	P_1
	V_0	V_1
	n_1	n_1
Compartiment 2	T_0	T_2
	$2P_0$	P_2
	V_0	V_2
	$2n_1$	$2n_1$

D'après la loi des GP, dans le compartiment 1 :

$$n_1 = \frac{P_0 V_0}{RT_0} \quad \text{et dans le compartiment 2 :}$$

$$n_2 = \frac{2P_0 V_0}{RT_0} = 2n_1$$

$$\text{A l'état final} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{n_1 RT_1}{P_1} \\ V_2 = \frac{2n_1 RT_2}{P_2} \end{array} \right.$$

$$\text{Or } P_1 = P_2 \text{ et } T_1 = T_2 \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\text{De plus } \underbrace{V_1 + V_2}_{\text{état final}} = \underbrace{2V_0}_{\text{état initial}}$$

$$\text{On résoud : } 3V_1 = 2V_0 \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{2}{3}V_0}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{4}{3}V_0}$$

Q2. On applique le 1^{er} principe au système formé des 2 compartiments :

$$\Delta U = W + Q = 0 \quad (\text{enceinte calorifugée et parois fixes}).$$

$$\text{On a donc } \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$n_1 C_{vm} (T_1 - T_0) + 2n_1 C_{vm} (T_2 - T_0) = 0$$

$$3n_1 C_{vm} (T_1 - T_0) = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = T_0$$

$$\text{Avec la loi des gaz parfaits } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 \frac{V_0}{V_1} = P_0 \frac{V_0}{\frac{2}{3}V_0}$$

$$\boxed{P_1 = \frac{3}{2}P_0 = P_2}$$

$$Q3. \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = \underbrace{n_1 \frac{R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)}_{=0} + n_1 R \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)_{=2/3} + \underbrace{2n_1 \frac{R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right)}_{=0} + 2n_1 R \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right)_{=4/3}$$

$$\Delta S = n_1 R \ln \frac{2}{3} + 2n_1 R \ln \frac{4}{3}$$

$$= n_1 R (\ln 2 - \ln 3 + 2 \ln 4 - 2 \ln 3)$$

$$= n_1 R (5 \ln 2 - 3 \ln 3) = \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln \left(\frac{2^5}{3^3} \right)$$

$S_{ech} = 0$ car l'enceinte est isolée de l'extérieur.

$$\Delta S = S_{crée} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln \left(\frac{32}{27} \right) > 0$$

La transformation est irréversible (irréversibilité liée au déséquilibre initial de pression).

Exercice 3 :

$$Q1. \Delta S = \Delta S_{eau} + \Delta S_{cond.}$$

$$= m_e c_{eau} \ln \frac{T_0}{T_0} + m_c c_c \ln \frac{T_0}{T_0} = 0$$

la température du système étant constante

$$\Delta S = 0.$$

Entropie échangée avec le thermostat à T_0 :

$$S_{ech} = \frac{Q}{T_0}$$

Et d'après le 1^{er} principe $Q = \Delta U - W = -W$
car $\Delta U = 0$ (phase condensée dont la température n'a pas varié).

W est un travail électrique reçu par le système:

$$W = \int_0^{\Delta t} Ri^2 dt = Ri^2 \Delta t$$

(le travail des forces de pression est nul car le volume est constant).

$$Q = -Ri^2 \Delta t \quad \Rightarrow \quad S_{ech} = -\frac{Ri^2 \Delta t}{T_0}$$

Et d'après le 1^{er} principe: $S_{créée} = \Delta S - S_{ech}$

$$\text{Soit } S_{créée} = \frac{Ri^2 \Delta t}{T_0}$$

$$\text{AN: } S_{créée} = \frac{200 \cdot 100^2 \cdot 300}{290} = 207 \text{ J.K}^{-1}$$

$S_{crée} > 0$ (La source d'irréversibilité est le courant qui circule dans le conducteur ohmique).

Q2. D'après le 1^{er} principe $\Delta U = W + Q$
avec $Q = 0$ et $W = Ri^2 \Delta t$

$$\Delta U = \Delta U_{eau} + \Delta U_{cond} = m_e c_e (T_f - T_0) + m_c c_c (T_f - T_0)$$

$$(m_e c_e + m_c c_c) (T_f - T_0) = Ri^2 \Delta t$$

$$T_f = T_0 + \frac{Ri^2 \Delta t}{m_e c_e + m_c c_c}$$

$$AN \quad T_f = 290 + \frac{20,0 \cdot 10,0^2 \cdot 30,0}{0,500 \cdot 4180 + 0,200 \cdot 385} = 318 K$$

$$Q3. \Delta S = \Delta S_e + \Delta S_c$$

$$= m_e c_e \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + m_c c_c \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)$$

$$= (m_e c_e + m_c c_c) \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)$$

$$AN: \Delta S = (0,500 \cdot 4185 + 0,200 \cdot 385) \ln \frac{318}{290} = 200 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$\Delta S = S_{crée}$ car $S_{ech} = 0$ (pas de transfert thermique)
 $S_{crée} > 0$

Exercice 4 :

Q1. Lors d'une détente de Joule-Gay-Lussac, il n'y a ni transfert thermique (transf. brutale sans échanges thermiques avec l'extérieur) ni travail (parois indéformables).

D'après le 1^{er} principe $\Delta U = 0$.

Or l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température $\Rightarrow \Delta T = 0$.

Q2. $\Delta S = S_{\text{créée}} + S_{\text{éch}}$

$S_{\text{éch}} = 0$ car il n'y a pas de transfert th.

$$\text{Et } \Delta S = \underbrace{\frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_F}{T_i}\right)}_{=0} + nR \ln\left(\frac{V_F}{V_i}\right) = S_{\text{créée}}$$

$$S_{\text{créée}} = nR \ln(1+x) = \frac{P_i V_i}{T_i} \ln(1+x)$$

Q3. pour $x \ll 1$ $\ln(1+x) \approx x$

$$\Rightarrow S_{\text{créée}} \approx \frac{P_i V_i}{T_i} x$$

l'entropie créée est donc un infiniment petit du même ordre que la variation de volume qui l'occasionne ($\Delta V = V_i x$)

⇒ La détente de Joule-Gay-Lussac ne tend pas vers la réversibilité.

Exercice 5

Q1.



EI



Eint.



EF.

On étudie le système { air qui rentre dans }
la bouteille

Q2. L'entrée d'air dans la bouteille est très rapide ⇒ les échanges thermiques n'ont pas le temps de se faire (ils sont beaucoup plus lents que les transferts mécaniques)
⇒ transformation adiabatique.

* Le volume final est le volume de la bouteille : $V_f = V_i$

* La pression finale est la pression atmosphérique (la bouteille est fermée lorsque la pression à l'intérieur a

atteint la pression atmosphérique) $\Rightarrow P_f = P_0$

D'après le 1^{er} principe (en considérant le système au repos macroscopique) :

$$\Delta U = W + Q = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0)$$

$$Q=0 \quad \text{et} \quad W = \int_{V_0}^0 -P_{\text{ext}} dV = -P_0 (0 - V_0) = P_0 V_0$$



La limite du système en contact avec l'air extérieur à P_0 passe du volume V_0 au volume 0.

$$\Rightarrow \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) = P_0 V_0$$

$$T_1 = \frac{\gamma-1}{nR} P_0 V_0 + T_0$$

$$\text{or } nRT_0 = P_0 V_0 \Rightarrow T_1 = T_0 (1 + \gamma - 1)$$

$T_1 = \gamma T_0$

$$\text{Q3. } \Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \underbrace{\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)}_{=\gamma} + nR \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

$$\text{Or } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{V_1}{V_0} = \frac{P_0}{P_1} \frac{T_1}{T_0} = \gamma$$

$$\Delta S = \frac{P_0 V_0}{T_0} \left(\frac{1}{\gamma-1} \ln \gamma + \ln \gamma \right)$$

$$\Delta S = \frac{P_0 V_0}{T_0} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \gamma \right) = \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln \gamma^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\text{Or } \Delta S = S_{\text{ech}} + S_{\text{créée}}$$

= 0
car adiabatique

$$\Rightarrow S_{\text{créée}} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln \gamma^{\gamma/(\gamma-1)} > 0$$

La transformation est donc irréversible
l'irréversibilité est due à l'inhomogénéité
des pressions à l'état initial.

Exercice 6 :

Q1. La transformation est monobare.
lorsque l'équilibre est atteint :

$$P_2 = P_A + \frac{F}{S}$$

⚠ attention! (100N)

$$\text{AN: } P_2 = 1 \cdot 10^5 + \frac{1000}{100 \cdot 10^{-4}} = \underline{\underline{2 \cdot 10^5 P_a = 2 P_a}}$$

$$\zeta = 2$$

Les parois étant diathermales, à l'équilibre thermique on a $T_2 = T_A$

D'après la loi des gaz parfaits :

$$\frac{PV}{T} = \text{cte} \quad \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$\text{or } P_2 = 2P_A \quad \text{et } T_2 = T_1 (= T_A)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{2}$$

L'état final est donc : $(2P_A; T_A; \frac{V_1}{2})$

$$\text{avec } V_1 = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{mRT_A}{M P_A}$$

$$\text{AN : } V_1 = \frac{7,25 \cdot 10^{-3} \cdot 8,314 \cdot 300}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5} = \frac{6,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1} = \underline{\underline{6,23 \text{ L}}}$$

$$V_2 = 3,11 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = \underline{\underline{3,11 \text{ L}}}$$

$$h_2 = \frac{V_2}{S} \quad \text{AN : } h_2 = \frac{3,11 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0,311 \text{ m} = \underline{\underline{31,1 \text{ cm}}}$$

Q2. Le travail reçu par le gaz lors de cette évolution monobare est :

$$W = -P_2 (V_2 - V_1) = -2P_A \times \left(-\frac{V_1}{2}\right)$$

$$W = P_A V_1$$

AN: $w = 10^5 \cdot 6,23 \cdot 10^{-3} = \underline{623 \text{ J}}$

Q3. L'entropie étant une fonction d'état, on la calcule connaissant les états initial et final :

$$\Delta S = \frac{m}{n} R \left(\frac{1}{\gamma-1} \ln \frac{T_{\text{final}}}{T_{\text{ini}}} + \ln \frac{V_{\text{final}}}{V_{\text{ini}}} \right)$$

$\underbrace{\quad}_{=1} \qquad \underbrace{\quad}_{=1/2}$

$$\Delta S = -\frac{m}{n} R \ln 2$$

AN: $\Delta S = -\frac{7,25 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} 8,314 \ln 2 = \underline{-1,4 \text{ J.K}^{-1}}$

(diminution de volume donc diminution du désordre).

Q4. $S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_A}$

Or avec $T_{\text{finale}} = T_{\text{initiale}}$, on a $\Delta T = 0$ donc $\Delta U = 0$ pour un GP qui suit la

1^{ère} loi de Joule.
Et d'après le 1^{er} principe appliqué au système {gaz} dans le piston :

$$\Delta U = 0 = W + Q \Rightarrow Q = -W$$

$$\text{On obtient } S_{\text{ech}} = -\frac{W}{T_A}$$

$$\text{AN : } S_{\text{ech}} = \frac{-623}{300} = \underline{\underline{-2,1 \text{ J.k}^{-1}}}$$

D'après le 2nd principe $S_{\text{créée}} = \Delta S - S_{\text{ech}}$.

$$\text{AN : } S_{\text{créée}} = -1,4 - (-2,1) = \underline{\underline{0,7 \text{ J.k}^{-1}}}$$

Q5. Pour une évolution lente, le travail se calcule avec :

$$W' = \int_{V_{\text{ini}}}^{V_{\text{fin}}} -P dV$$

L'évolution étant isotherme :

$$W' = -nRT \int_{V_{\text{ini}}}^{V_{\text{fin}}} \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_{\text{fin}}}{V_{\text{ini}}}\right)$$

$$\text{AN : } W' = -\frac{7,25}{29} 8,314 \cdot 300 \ln 0,5 = \underline{\underline{432 \text{ J}}}$$

Q6. D'après Q3 $\Delta S = -\frac{m}{M} R \ln 2$ \bar{m} états ini. de fin donc $\bar{m} \Delta S$.

$$\text{D'où } T_A \Delta S = -W'$$

On a donc $S_{\text{créée}} = 0$ dans cette transformation d'après le bilan entropique réalisé précédemment.

$$(\Delta U = 0 \text{ donc } Q = -W' \Rightarrow S_{\text{ech}} = -\frac{W'}{T_A})$$

$$\text{or } \Delta S = -\frac{W'}{T_A} \Rightarrow S_{\text{créée}} = 0.$$

$$\text{On a donc } -\frac{W}{T_A} + S_{\text{créée}} = -\frac{W'}{T_A}$$

$$S_{\text{créée}} = (W - W') \frac{1}{T_A}$$

$T_A S_{\text{créée}}$ correspond au surcoût de travail pour effectuer l'évolution irréversible par rapport à l'évolution réversible.

