Correction du TD21

Exercice 1 :

Q1. La transformation $E_4 \to E_1$ étant isochore $\boxed{V_4 = V_1}$

D'après l'énoncé : $\boxed{V_2 = \dfrac{V_1}{a}}$ et $V_3 = \dfrac{V_4}{b}$

d'où $\boxed{V_3 = \dfrac{V_1}{b}}$

Q2 * la transformation $E_1 \to E_2$ est adiabatique réversible donc d'après la loi de Laplace :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

soit $\boxed{P_2 = P_1 . a^\gamma}$

* la transformation $E_2 \to E_3$ est isobare
$\Rightarrow P_3 = P_2$

Soit $\boxed{P_3 = P_1 a^\gamma}$

* la transformation $E_3 \to E_4$ est adiabatique réversible donc d'après la loi de Laplace :

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma$$

d'où $\boxed{P_4 = P_1 \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma}$

Q3. Avec $a = 9$; $b = 3$; $R = 8{,}31\ J.K^{-1}mol^{-1}$
$P_1 = 1{,}00.10^5\ Pa$; $T_1 = 300\ K$

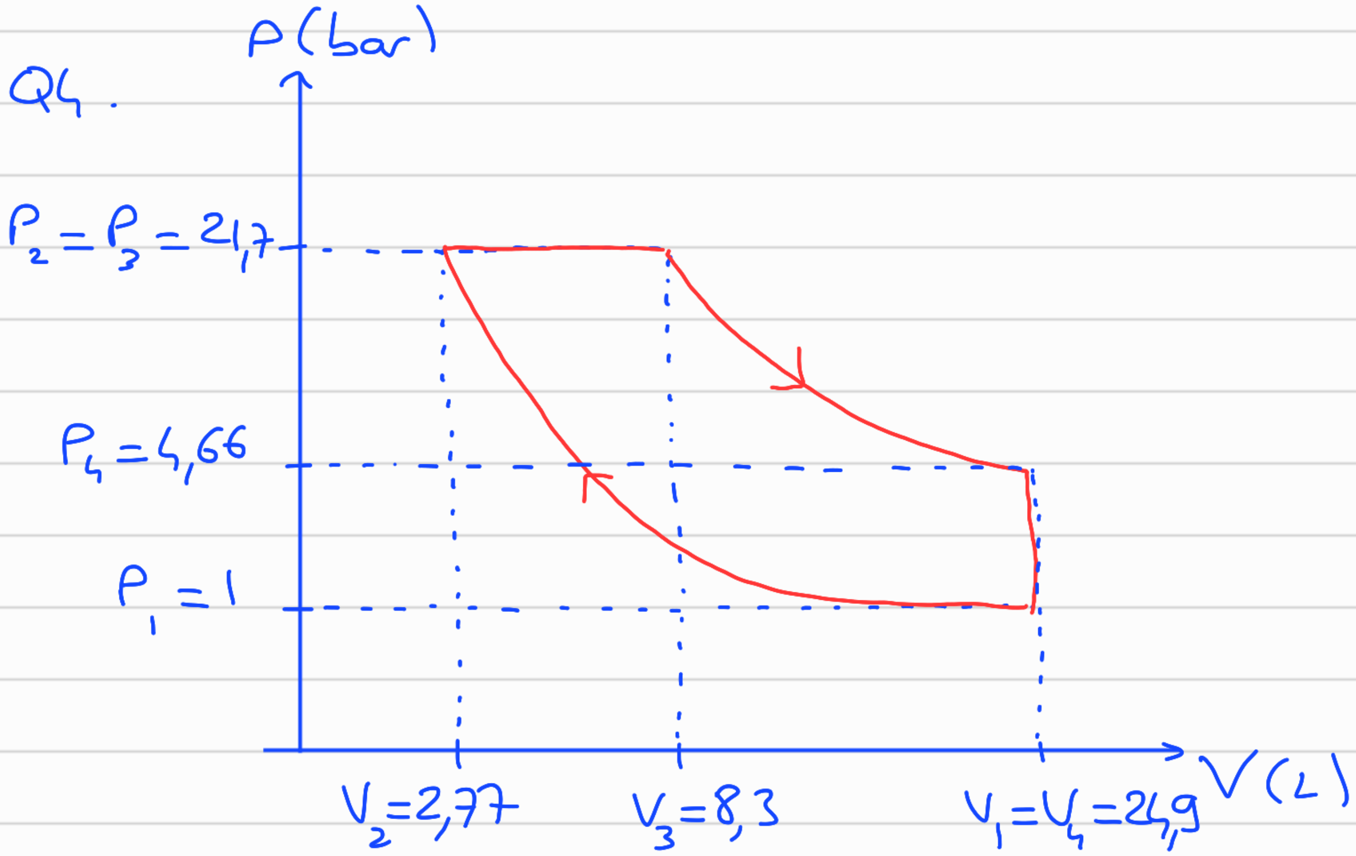
$V_1 = \frac{nRT_1}{P}$ AN : $V_1 = \frac{8{,}314 . 300}{1{,}00.10^5} = 24{,}9.10^{-3}\ m^3$

soit $V_1 = 24{,}9\ L$

On utilise ensuite les résultats des questions Q1. et Q2. pour trouver les volumes et pressions, puis la loi des GP pour les températures :

état	P (bar)	V (L)	T (K)
1	1	24,9	300
2	21,7	2,77	723
3	21,7	8,31	$2{,}17.10^3$
4	4,66	24,9	$1{,}40.10^3$

Q4.



Q5. * la transformation $E_1 \to E_2$ étant adiabatique $Q_{12} = 0$
D'après le 1er principe $\Delta U_{12} = Q_{12} + W_{12}$
d'où $W_{12} = \Delta U_{12}$
Et d'après la première loi de Joule
$\Delta U = n C_{vm} \Delta T$ pour un gaz parfait
d'où $W_{12} = n C_{vm} (T_2 - T_1)$

$\boxed{Q_{12} = 0}$ et $\boxed{W_{12} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)}$

* la transformation $E_2 \to E_3$ est isobare donc le 1er principe sous forme enthalpique donne :
$Q_{23} = \Delta H_{23} = n C_{pm} \Delta T$

On calcule W_{23} avec $W_{23} = \int_2^3 -P_{ext}\, dV$

Avec $P_{ext} = P_2 \Rightarrow W_{23} = -P_2 (V_3 - V_2)$.

$\boxed{Q_{23} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)}$ et $\boxed{W_{23} = P_2 (V_2 - V_3)}$

* La transformation $E_3 \to E_4$ est adiabatique donc $Q_{34} = 0$ et $W_{34} = \Delta U_{34} = n C_{vm} \Delta T$

$\boxed{Q_{34} = 0}$ et $\boxed{W_{34} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_4 - T_3)}$

* la transformation $E_4 \to E_1$ est isochore
donc $W_{41} = 0$ et $Q_{41} = \Delta U_{41} = nC_{vm}\Delta T$

$$\boxed{Q_{41} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_4)} \quad \text{et} \quad \boxed{W_{41} = 0}$$

Q6. le rendement d'un moteur vaut
$$\eta = \frac{|W|}{Q_C} = -\frac{W}{Q_C}$$

le fluide est au contact de la source chaude au cours de la transformation $2 \to 3$ donc $Q_C = Q_{23}$

Et $-W = Q_{total}$ (car sur 1 cycle $W_{total} + Q_{total} = 0$)

$$-W = Q_{23} + Q_{41}$$

$$\Rightarrow \quad \eta = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}}$$

Soit $$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}}$$

Q7. $$\eta = 1 + \frac{R}{\gamma - 1} \times \frac{T_1 - T_4}{T_2 - T_1} \times \frac{\gamma - 1}{\gamma R}$$

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{\gamma(T_2 - T_1)}}$$

AN : $\eta = 1 + \dfrac{300 - 1{,}4.10^3}{1{,}4(723-300)} = \underline{0{,}46}$.

Q7. le rendement de Carnot d'un moteur ditherme fonctionnant entre une source froide à T_F et une source chaude à T_c vaut $\eta_c = 1 - \dfrac{T_F}{T_c}$

Ici $T_F = T_1$ et $T_c = T_3$

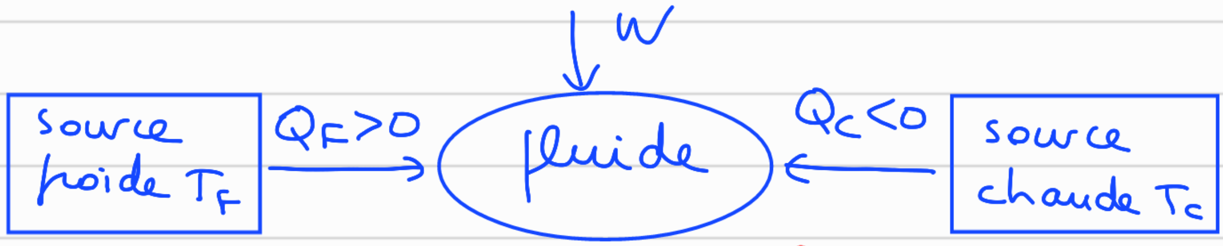
Soit $\boxed{\eta_c = 1 - \dfrac{T_1}{T_3}}$

AN : $\eta_c = 1 - \dfrac{300}{2170} = \underline{0{,}86}$

Q8 $\eta < \eta_c$ donc le moteur Diesel ne fonctionne pas de manière réversible.
Les transformations $E_2 \rightarrow E_3$ et $E_4 \rightarrow E_1$ se font avec échange de transfert thermique alors que la température du système n'est pas égale à la température extérieure. Il y a donc diffusion thermique, qui est une source d'irréversibilité.

Exercice 2 :

Q1.



! erreur énoncé !

D'après l'énoncé $Q_F = 400$ kJ pour 1h.

Pour une machine frigorifique fonctionnant de manière réversible $S_{créée}$ est nulle donc $\Delta S = S_{ech} = 0$ sur un cycle.

D'où $\frac{Q_C}{T_C} = -\frac{Q_F}{T_F} \Rightarrow \boxed{Q_C = -\frac{T_C}{T_F} Q_F}$

AN : $Q_C = -\frac{273+20}{273-19} \cdot 400 = \underline{-461 \text{ kJ}}$ (pour 1h)

D'après le 1er principe appliqué au fluide sur 1 cycle $W = -Q_C - Q_F$

AN : $W = 461 - 400 = \underline{61 \text{ kJ}}$ pour 1h.

(Conversion en watt : $P = \frac{W}{\Delta t}$

AN : $P = \frac{61 \cdot 10^3}{3600} = \underline{17 \text{ W}}$)

Q3. L'efficacité d'une machine frigorifique est donnée par $e = \frac{Q_F}{W}$

AN : $e = \dfrac{400}{61} = \underline{6,51}$

<u>Rq</u>: La formule donnant l'efficacité de Carnot donne la même valeur car on a fait l'hypothèse que la machine fonctionne de manière reversible :

$e_c = \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$ AN : $e_c = \dfrac{273-19}{20-(-19)} = 6,51$

Exercice 3 :

Q1. D'après le premier principe :

$$\Delta U_{i\to f} = W_{i\to f} + Q_{i\to f}$$

avec $W_{i\to f}$ = travail des forces de pression
$= \int_i^f - P_{ext}\, dV$

Pour une transformation isobare $P_i = P_f = P_{ext} = P$

d'où $W_{i\to f} = -P(V_f - V_i) = -\Delta(PV)_{i\to f}$

$$\Rightarrow \Delta(U+PV)_{i\to f} = Q_{i\to f}$$

Soit $\boxed{\Delta H_{i\to f} = Q_{i\to f}}$ (pour une transfo. isobare, ou monobare avec eq. des pression à l'état initial et final).

Q2. Les transformations $B \to D$ et $E \to A$ sont les seules où il y a des échanges thermiques.

Le contact avec la source froide est l'étape où a lieu la vaporisation car on veut prélever du transfert thermique à la source froide avec un réfrigérateur.

$\Rightarrow$ le fluide est au contact de la source froide sur l'étape $E \to A$.

La transformation EA étant isobare

$Q_F = \Delta H_{E \to A} = H_A - H_E = m(h_A - h_E)$

La transformation $D \to E$ étant isenthalpique $h_D = h_E$

d'où $\boxed{Q_F = m(h_A - h_D)}$

Le transfert thermique avec la source chaude a lieu sur $B \to D$:

$$\boxed{Q_C = m(h_D - h_B)}$$

AN : $Q_F = 1.(390 - 286) = \underline{104 \text{ kJ}}$

$Q_C = 1.(286 - 449) = \underline{-163 \text{ kJ}}$

Q3. D'après le 1er principe $W + Q_C + Q_F = 0$

d'où $\boxed{W = -Q_C - Q_F}$

AN : $W = 163 - 104 = \underline{59\ kJ} \geq 0$

Ce travail est fourni par le compresseur.

Q4. Par définition $\boxed{S_F = \frac{Q_F}{T_F}}$ et $\boxed{S_C = \frac{Q_C}{T_C}}$

AN : $S_F = \frac{104.10^3}{278} = \underline{374\ J.K^{-1}}$

$$S_C = \frac{-163.10^3}{293} = \underline{-556\ J.K^{-1}}$$

Q5. L'entropie étant une fonction d'état,
sur 1 cycle $\Delta S = 0$
d'où $S_{créée} = -S_F - S_C$

AN : $S_{créée} = -374 + 556 = \underline{182\ J.K^{-1}}$

$S_{créée} > 0$ donc ce cycle n'est pas réversible.

Remarque : le seul cycle réversible est celui comportant 2 adiabatiques réversibles et 2 isothermes. ⇒ ce n'est pas le cas ici.

Q6. $\boxed{e = \frac{Q_F}{W}}$ pour une machine frigorifique.

AN : $e = \frac{104}{59} = \underline{1,8}$

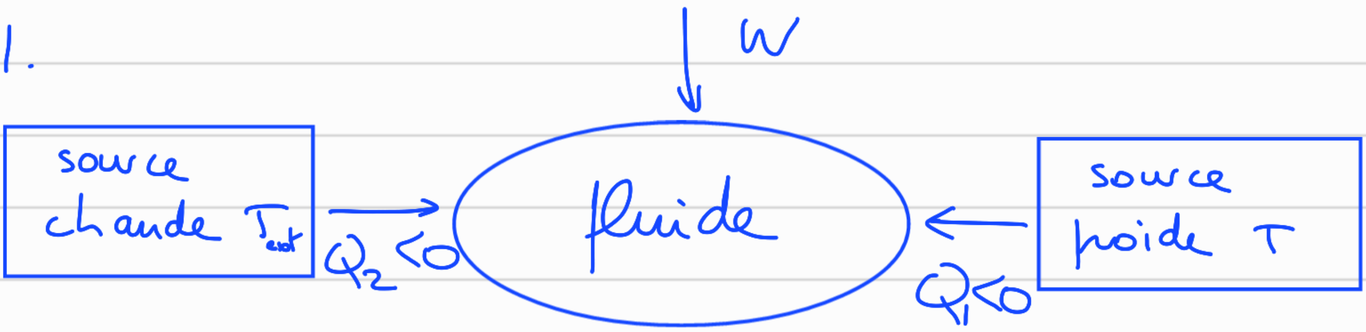
Or l'efficacité de Carnot vaut $e_c = \frac{T_F}{T_C - T_F}$

AN : $e_c = \frac{278}{293-278} = 19$

$\Rightarrow$ $e < e_c$ donc le fonctionnement est bien irréversible.

Exercice 4 :

Q1.



Q2. Q_1 est prélevée à l'eau donc $Q_1 = -Q_{eau}$

la transformation étant monobare : $Q_{eau} = \Delta H_{eau}$

$$\Delta H_{eau} = m c_{eau}(\theta_{fus} - \theta_1) + m\Delta h_{sol} + m c_{glace}(\theta_2 - \theta_{fus})$$

$$= m\left(c_{eau}(\theta_{fus} - \theta_1) - \Delta h_{fus} + c_{gl}.(\theta_2 - \theta_{fus})\right)$$

AN : $\Delta H_{eau} = 4,2.10^3.(-20) - 334.10^3 + 2,1.10^3(-10)$

$= -439.10^3$ J

donc $Q_1 = \underline{439.10^3 \text{ J}}$

Q3. le fluide décrit un cycle donc

$\Delta U = 0 = W + Q_1 + Q_2$.

Q4. On considère le système

$\{$fluide + eau + milieu extérieur$\}$.

Il est isolé (c'est "l'univers entier")

Or on suppose que le congélateur fonctionne de manière réversible

$\Rightarrow \Delta S = 0$ pour le système isolé.

Par additivité : $\Delta S_{fluide} + \Delta S_{eau} + \Delta S_{ext} = 0$

Or le fluide effectue des cycles : $\Delta S_{fluide} = 0$

Pour l'eau :

$$\Delta S_{eau} = m c_e \ln \frac{T_{fus}}{T_1} - \frac{m \Delta h_{fus}}{T_{fus}} + m c_g \ln\left(\frac{T_2}{T_{fus}}\right)$$

Pour le milieu extérieur (Thermostat) :

$$\Delta S = -\frac{Q_2}{T_{ext}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_2 = T_{ext} \cdot m \left(c_e \ln \frac{T_{fus}}{T_1} - \frac{\Delta_{fus} h}{T_{fus}} + c_g \ln \frac{T_2}{T_{fus}} \right)}$$

$$AN : Q_2 = 278 \left(4200 \ln \frac{273}{293} - \frac{334000}{273} + 2100 \ln \frac{263}{273} \right)$$

$$= \underline{-476.10^3} \text{ J}$$

Q5 $W = P.\tau$ avec $W = -Q_1 - Q_2$
d'après le 1er principe appliqué au fluide sur 1 cycle.

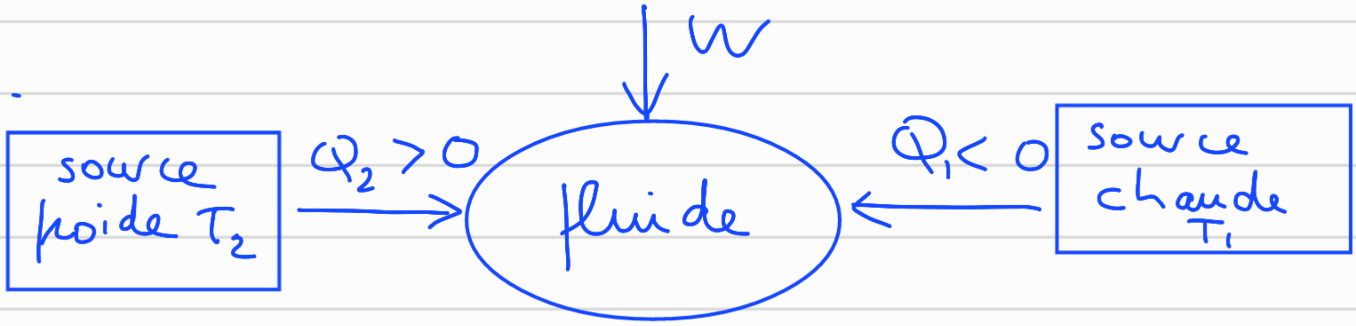
$$\tau = -\frac{Q_1 + Q_2}{P}$$

$$AN : \tau = -\frac{439.10^3 - 476.10^3}{50}$$

$$\tau = 740 \text{ s} \quad \approx \underline{12 \text{ minutes}}$$

Exercice 5 :

Q1.



On applique les 2 principes sur 1 cycle en fonctionnement réversible :

$$\begin{cases} W + Q_1 + Q_2 = 0 \\ \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0 \end{cases}$$

D'après l'énoncé $Q_1 = -32.10^6$ J pour 1 h

$Q_2 = -\dfrac{T_2}{T_1} Q_1$ et $W = -Q_1 - Q_2$

$$\Rightarrow W = Q_1 \left(\frac{T}{T} - 1 \right)$$

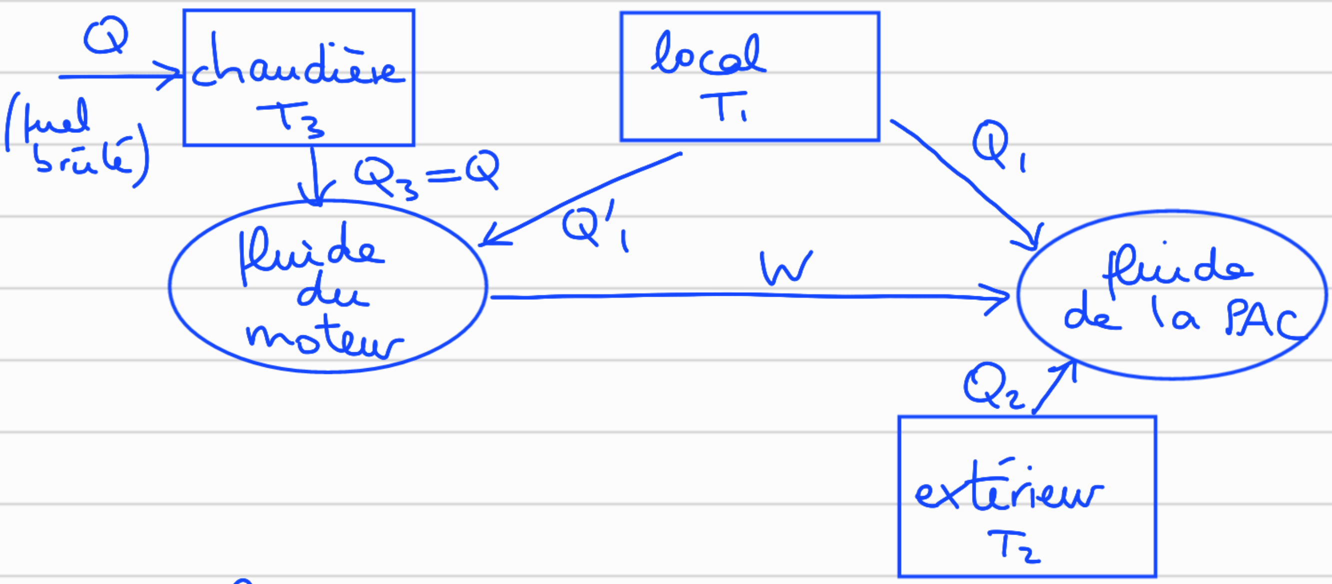
AN : $W = -32.10^6 \left(\dfrac{271}{293} - 1 \right) = 2,4.10^6$ J pour 1h

Soit une puissance $\underline{P = 667 \text{ W}}$

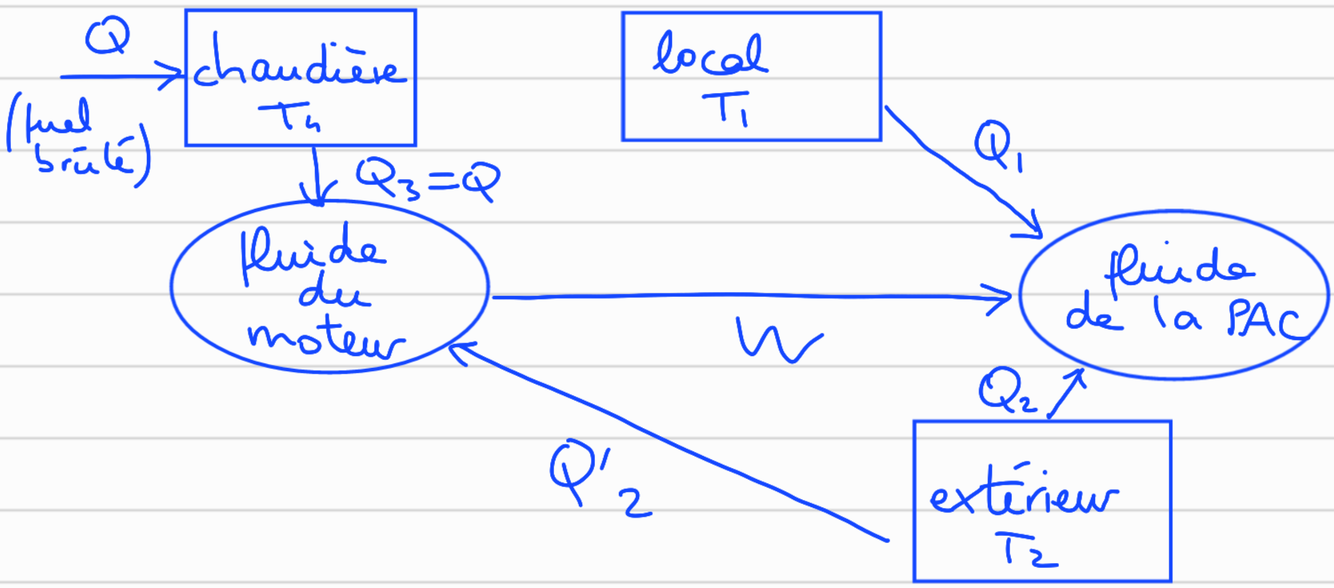
$e = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}$ AN : $e = \dfrac{293}{22} = 13,3$.

Q2 a)

Proposition 1 :



Proposition 2 :



b) **Proposition 1 :**

moteur : $\begin{cases} Q + Q'_1 - W = 0 \\ \dfrac{Q}{T_3} + \dfrac{Q_1}{T_1} = 0 \\ \qquad\qquad = \end{cases}$

PAC $\begin{cases} Q_1 + Q_2 + W = 0 \\ Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0 \end{cases}$

Avec cette proposition la salle reçoit $-Q_1 - Q'_1$.
Il faut résoudre le système ci-dessus.

$$Q_2 = \frac{-T_2}{T_1} Q_1 \quad \Rightarrow \quad Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) + W = 0$$

$$W = Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

$$Q + Q'_1 - Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = 0$$

et $Q'_1 = -\frac{T_1}{T_3} Q$

$$\left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right)Q - Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{1 - T_1/T_3}{T_2/T_1 - 1} Q$$

$$Q_{salle} = \frac{1 - T_1/T_3}{1 - T_2/T_1} Q + \frac{T_1}{T_3} Q$$

$$Q_{salle} = \left(\frac{1 - T_1/T_3}{1 - T_2/T_1} + \frac{T_1}{T_3}\right) Q = \left(\frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} \cdot \frac{T_1}{T_3} + \frac{T_1}{T_3}\right) Q$$

$$= \frac{T_1}{T_3}\left(1 + \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2}\right) Q$$

$$\boxed{Q_{salle} = \frac{T_1}{T_3}\left(\frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_2}\right) Q}$$

AN : $Q_{salle} = \frac{293}{483}\left(\frac{212}{22}\right) Q$

$$Q_{salle} = \underline{5{,}8\ Q}.$$

Avec a litres de fuel on peut chauffer le local pendant 5,8 jours.

<u>Proposition 2</u> :

moteur $\begin{cases} Q - W + Q_2'' = 0 \\ \frac{Q}{T_4} + \frac{Q_2''}{T_2} = 0 \end{cases}$

PAC $\begin{cases} Q_1 + Q_2 + W = 0 \\ \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \end{cases}$

Avec cette proposition $Q'_{salle} = -Q_1$.

$$Q_1 = -W - Q_2$$

or $W = Q + Q_2'' = Q - Q\frac{T_2}{T_4}$

et $Q_2 = -\frac{T_2}{T_1} Q_1$

$$Q_1 = Q\left(\frac{T_2}{T_4} - 1\right) + \frac{T_2}{T_1} Q_1$$

$$Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q\left(\frac{T_2}{T_4} - 1\right)$$

$$-Q_1 = \frac{1 - T_2/T_4}{1 - T_2/T_1} Q$$

$$\boxed{Q'_{salle} = \frac{1 - T_2/T_4}{1 - T_2/T_1} Q}$$

AN : $Q'_{salle} = \dfrac{1 - 271/533}{1 - 271/293} Q$

$$Q'_{salle} = \underline{6{,}5\, Q}$$

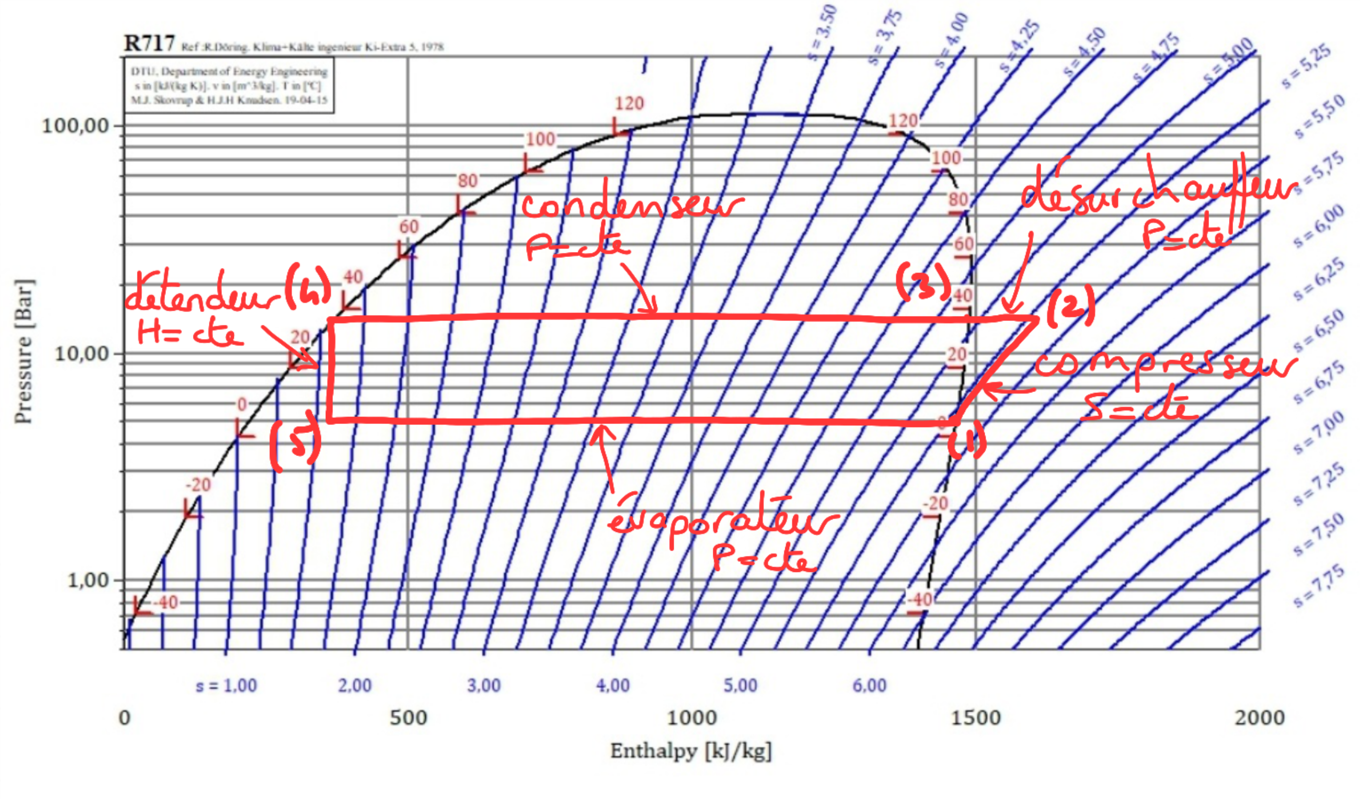
Avec a litres de fuel on peut chauffer le local pendant 6,5 jours.

c) Le 2ème dispositif semble plus intéressant, (cela est dû à l'écart plus important entre les 2 sources du moteur).
Cependant, une température plus élevée pour la chaudière entraîne des fuites thermiques plus importantes, et l'installation est plus coûteuse.

Si on utilise le 2ème dispositif avec la température T_3 (au lieu de T_4) on obtient 5,8 jours, ce qui est égal au 1er dispositif.

Exercice 6 :

Q1.



	1	2	3	4	5
p (bar)	5,00	15,0	15,0	15,0	5,00
h (kJ/kg)	1460	1625	1490	390	390
s (kJ/K/kg)	5,25	5,25	4,9	1,6	1,6
x	1		1	0	0,14
T (°C)	5	82	39	39	5

Titre en vapeur dans l'état 5 ⇒ avec le théorème des moments :

$$x_v = \frac{h_5 - h_L(5°)}{h_v(5°) - h_L(5°)}$$

AN : $x_v = \dfrac{390 - 225}{1460 - 225} = \underline{0{,}13}$

Q2 * La machine est une pompe à chaleur
$\Rightarrow$ elle cède du transfert thermique à la source chaude pour la réchauffer.
En cédant du transfert thermique le fluide se refroidit et se condense.
$\Rightarrow$ source chaude = désurchauffeur et condenseur

* Le fluide est au contact de la source froide lorsqu'il reçoit du transfert thermique $\Rightarrow$ lors de l'évaporation
$\Rightarrow$ source froide = évaporateur

Q3. Système = ammoniac en écoulement dans la pompe à chaleur.
* 1er principe pour un fluide en écoulement entre l'entrée du désurchauffeur (2) et la sortie du condenseur (4)

$\Delta h_{24} = q_c = h_4 - h_2$ (pas de travail utile ici)

AN : $q_c = 390 - 1625 = -1235 \text{ kJ.kg}^{-1}$

* 1er principe pour 1 fluide en écoulement entre l'entrée de l'évaporateur (5) et la sortie de l'évaporateur (1).

$\Delta h_{51} = q_f = h_1 - h_5$ (pas de travail utile ici)

AN : $q_f = 1460 - 390 = 1070 \text{ kJ.kg}^{-1}$

* 1^{er} principe pour 1 fluide en écoulement entre l'entrée du compresseur (2) et la sortie du compresseur (1) :

$\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = \underbrace{q_{12}}_{=0} + w_u$ (travail utile ici car pièce mobile dans le compresseur)

car la compression est adiabatique.

AN : $w_u = 1625 - 1460 = 165 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Q5. Lors du passage dans le détendeur, la détente est isenthalpique, et il n'y a pas de pièce mobile (donc le travail utile est nul). Le 1^{er} principe pour un fluide en écoulement dans le détendeur donne $\Delta h_{45} = h_5 - h_4 = q_{45} + w_u = 0$ (isenthalpique)

$\Rightarrow q_{45} = 0$: pas de transfert thermique dans le détendeur.

Q6. $COP = \dfrac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} = \dfrac{-q_c}{w_u} = 7{,}5$

Q7. Le COP de Carnot est le COP maximal de la PAC entre ces 2 sources de chaleur.

$$COP_c = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{293}{13} = 23.$$

Le COP réel de cette PAC est donc bien inférieur au COP de Carnot $\Rightarrow$ le cycle n'est pas réversible
les échanges thermiques au niveau du condenseur et de l'évaporateur ont lieu entre l'ammoniac et le milieu extérieur qui n'est pas à la même température que l'ammoniac
$\Rightarrow$ sources d'irréversibilité.

Exercice 7 :

Q1. D'après l'identité thermodynamique :

$$du = T\,ds - P\,dv$$

(grandeurs massiques)

et $dh = du + P\,dv + v\,dP$

$\Rightarrow \quad dh = Tds - Pdv + Pdv + vdP$

$dh = Tds + vdP$

Pour une isobare $dh = Tds$

Et d'après la 1ère loi de Joule à pression constante pour un gaz parfait :

$dh = c_p dT$

En combinant ces 2 relations :

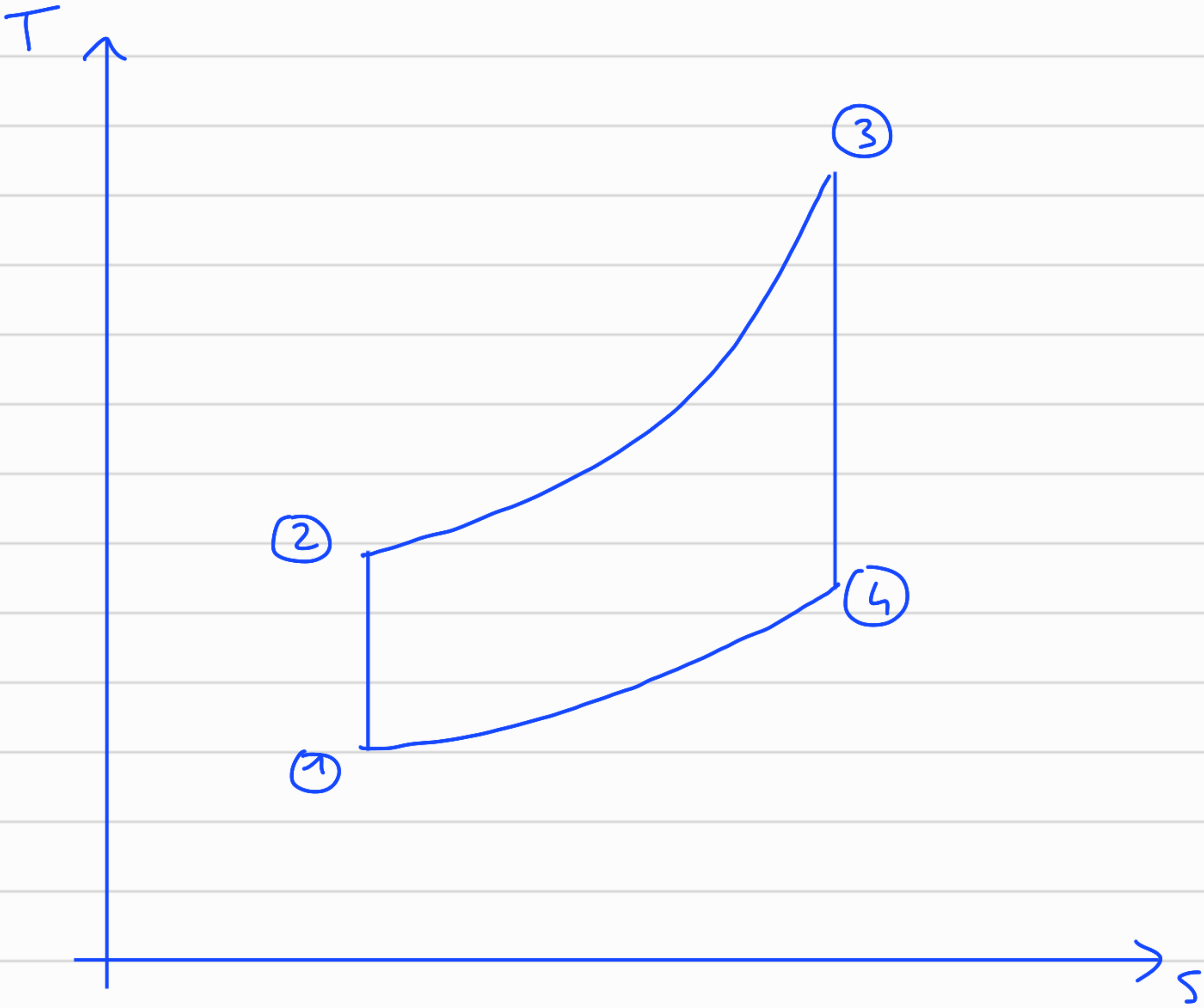
$Tds = c_p dT \Rightarrow \dfrac{dT}{ds} - \dfrac{1}{c_p} T = 0$

$\Rightarrow \boxed{T = T_0 \, e^{s/c_p}}$

Sur un diagramme (T, s) les isobares sont des branches d'exponentielles.

* le cycle est constitué de 2 adiabatiques réversibles $\Rightarrow s = cte$
  1 → 2 et 3 → 4
  ↳ compression : $P \nearrow$ donc $T \nearrow$
(d'après la loi de Laplace $P^{1-\gamma} T^{\gamma} = cte$)

  et de 2 isobares : $T = T_0 \, e^{s/c_p}$
  3 → 4 et 4 → 1



Q2. D'après la loi de Laplace, sur une isentropique $T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte$.

d'où $T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte'$.

$$\boxed{\beta = \frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

AN : $\underline{\beta = 0{,}4}$ $\left(= \frac{2}{5}\right)$

En appliquant cette relation sur ① → ② on a :

$$T_1 P_1^{-0{,}4} = T_2 P_2^{-0{,}4} \Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-0{,}4}} = T_1 . r^{\beta}$$

AN : $T_2 = 300 \cdot \left(\frac{20}{125}\right)^{-0,4} = \underline{624\ K}$

Et sur ③ → ④ : $T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{-0,4}$

or $P_4 = P_1$ et $P_3 = P_2$

$\Rightarrow \boxed{T_4 = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-0,4}}$ $\left(= T_3\, r^{-\beta}\right)$

AN : $T_4 = 1300 \cdot \left(\frac{125}{20}\right)^{-0,4} = \underline{624\ K}$

Q3. D'après le 1er principe :

$$\Delta h_{12} + \underbrace{\Delta e_c + \Delta e_p}_{\text{nuls}} = w_{12} + \underbrace{q_{12}}_{\substack{=0 \text{ car} \\ \text{adiabatique}}}$$

$$\boxed{w_{12} = c_p (T_2 - T_1)}$$

AN : $w_{12} = 10,4 \cdot 10^3 (624 - 300) = \underline{3,37 \cdot 10^6\ J \cdot kg^{-1}}$

De même $\boxed{w_{34} = c_p (T_4 - T_3)}$

AN : $w_{34} = 10,4 \cdot 10^3 (624 - 1300) = \underline{-7,02 \cdot 10^6\ J \cdot kg^{-1}}$

Et $w_{net} = |w_{34}| - w_{12}$

AN : $w_{net} = 7{,}02.10^6 - 3{,}37.10^6 = 3{,}65.10^6 \,J.kg^{-1}$

Q4. Le 1er principe industriel entre ② et ③ donne :

$$\Delta h_{23} + \underbrace{\Delta e_{c23} + \Delta e_{p23}}_{\text{nuls}} = \underbrace{w_{23}}_{=0} + q_{in}$$

car isobare et pas de travail autre sur 2→3

$$\boxed{q_{in} = c_p (T_3 - T_2)}$$

AN : $q_{in} = 10{,}4.10^3 (1300 - 624) = \underline{7{,}03.10^6 \,J.kg^{-1}}$

De même on détermine q_{41} :

$$\Delta h_{41} = q_{41} = -q_{out}$$

$$\boxed{q_{out} = -c_p (T_1 - T_4)}$$

AN : $q_{out} = -10{,}4.10^3 (300 - 624) = \underline{3{,}37.10^6 \,J.kg^{-1}}$

Q5. $\boxed{\eta = \dfrac{w_{net}}{q_{in}}}$ AN : $\eta = \dfrac{3{,}65 \cdot 10^6}{7{,}02\ 10^6} = \underline{0{,}52}$

Avec les expressions littérales :

$$\eta = \frac{c_p(T_3-T_4) + c_p(T_1-T_2)}{c_p(T_3-T_2)} = \frac{T_3+T_1-T_2-T_4}{T_3-T_2}$$

$$\eta = \frac{T_3+T_1-T_1 \cdot r^{\beta} - T_3 \cdot r^{-\beta}}{T_3 - T_1 \cdot r^{\beta}}$$

$$\eta = \frac{(T_3-T_1 \cdot r^{\beta}) - r^{-\beta}(T_3 - T_1 \cdot r^{\beta})}{T_3 - T_1 \cdot r^{\beta}}$$

Après simplification : $\boxed{\eta = 1 - r^{-\beta}}$

Q6. On a montré que

$$w_{net} = c_p(T_3-T_4) - c_p(T_2-T_1)$$

$$= c_p(T_3+T_1-T_4-T_2)$$

$$\Rightarrow w_{net} = c_p(T_3+T_1-T_3 r^{-\beta} - T_1 \cdot r^{\beta})$$

$$\frac{\partial w_{net}}{\partial r} = c_p(T_3 \beta \cdot r^{-\beta-1} - T_1 \beta \cdot r^{\beta-1})$$

Cette dérivée s'annule pour $r = r_0$ tel que

$$T_3 r_0^{-\beta-1} - T_1 r_0^{\beta-1} = 0$$

$$T_3 r_0^{-\beta-1} = T_1 r_0^{\beta-1}$$

$$r_0^{\beta-1+\beta+1} = \frac{T_3}{T_1}$$

$$r_0 = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2\beta}$$ avec $\beta = \frac{2}{5}$ on a :

$$\boxed{r_0 = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{5/4}}$$

AN : $r_0 = \left(\frac{1300}{300}\right)^{5/4} = \underline{6{,}25}.$

$\Rightarrow$ Cette valeur correspond à celle choisie : $\frac{P_2}{P_1} = \frac{125}{20} = 6{,}25$.

Problème :

Hypothèses :

* à l'instant initial les bouteilles de jus de fruit sont à $T_i = 25°C$

* La température intérieure du frigo est $T_f = 5°C$ (température finale des bouteilles de jus de fruit).

On étudie le système {contenu du frigo}.

$$\Delta U = \Delta U_{jus} = m_{jus} c_{eau} (T_2 - T_1)$$

(le jus sera assimilé à de l'eau)

D'après le 1er principe :

$$\Delta U = \underbrace{W}_{=0} + Q = Q_{frigo} + Q_{fuite}.$$

Avec $Q_{fuite} = + P_{fuite} \Delta t$

↳ l'intérieur du frigo reçoit du t.th. à cause des fuites.

$$\Rightarrow Q_{frigo} + P_{fuite} . \Delta t = m c_{eau} (T_f - T_i)$$

$$\Rightarrow Q_{frigo} = m c_{eau} (T_f - T_i) - P_{fuite} \Delta t.$$

AN : $Q_{frigo} = 6 . 4{,}18 . 10^3 (5 - 25) - 10 . 3600$

$$Q_{frigo} = -5{,}4 . 10^5 \text{ J}$$

Efficacité du frigo : $e = \dfrac{Q_{froid}}{W}$

Hypothèse : toute l'énergie électrique prélevée au réseau est convertie en travail pour faire tourner le moteur du frigo : $E_{elec} = W$

$$\Rightarrow \quad Q_{froid} = E_{elec} \cdot e \,.$$

or $\quad e_c = \dfrac{T_{frigo}}{T_{ext} - T_{frigo}} = \dfrac{T_f}{T_i - T_f}$

$$\Rightarrow \quad e = 0{,}7 \cdot \frac{T_f}{T_i - T_f}$$

$$Q_{froid} = 0{,}7 \cdot E_{elec} \cdot \frac{T_f}{T_i - T_f} = -Q_{frigo}$$

$$E_{elec} = - \frac{Q_{frigo}}{0{,}7 \cdot T_f} (T_i - T_f) \,.$$

AN : $E_{elec} = \dfrac{5{,}4 \cdot 10^5}{0{,}7 \cdot 278} \cdot 20 = 5{,}5 \cdot 10^4 \text{ J}$

$1 \text{ kWh} = 3600 \cdot 10^3 \text{ J} \Rightarrow E_{elec} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ kWh}$

Coût : $0{,}15 \times E_{elec} = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ €

$= \underline{0{,}23 \text{ centimes}}$