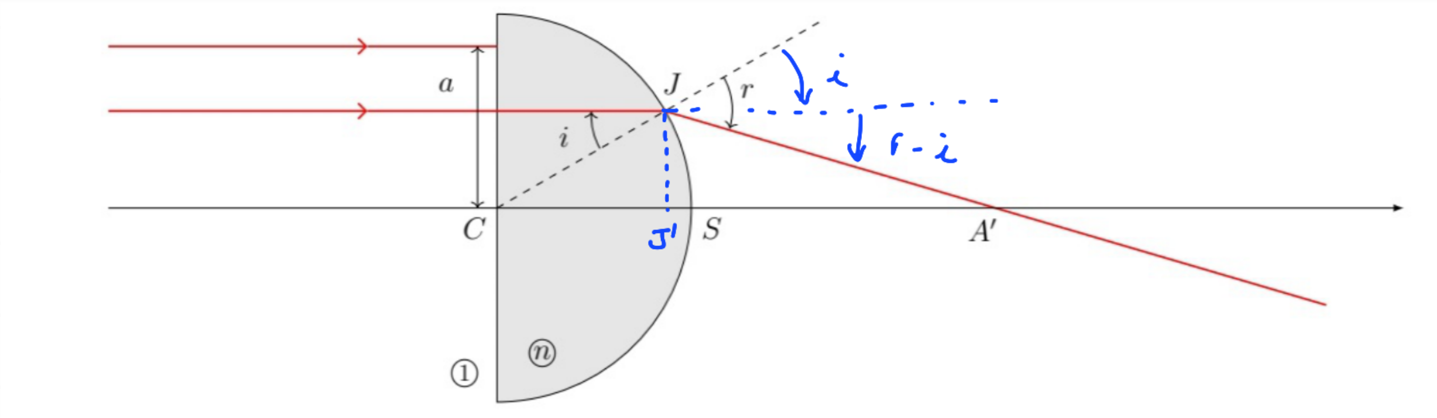
DM 1

Exercice 1 :

Q1. Lois de Snell-Descartes : voir cours (III.2)

Q2.



$$CA' = CJ' + J'A'$$

avec $CJ' = CJ.\cos i = R\cos i$

et $J'A' = \dfrac{JJ'}{\tan(r-i)}$ or $JJ' = R\sin i$

$$CA' = R\cos i + \frac{R\sin i}{\tan(r-i)}$$

$$\boxed{CA' = R\left(\cos i + \frac{\sin i}{\tan(r-i)}\right)}$$

Q3. Pour les faibles angles ($i < 0{,}5\,\text{rad}$)

$\sin i \approx i$ et $\cos i \approx 1$

Or d'après la loi de Snell-Descartes appliquée en J on a $n \sin i = n_{air} \sin r = \sin r$

$$\left.\begin{array}{l} \text{d'où} \quad n \cdot i = \sin r = r \\ \text{On a aussi} \quad \tan(r-i) \approx r-i \end{array}\right\} r - i = i(n-1)$$

On obtient $CF' = R\left(1 + \dfrac{i}{i(n-1)}\right) = R\left(\dfrac{n-1+1}{n-1}\right)$

Soit $\boxed{CF' = \dfrac{nR}{n-1}}$

Q3. Au point J le rayon passe du milieu d'indice n à l'air, donc il s'écarte de la normale. Il y a donc un angle limite correspondant à la réflexion totale, défini par :

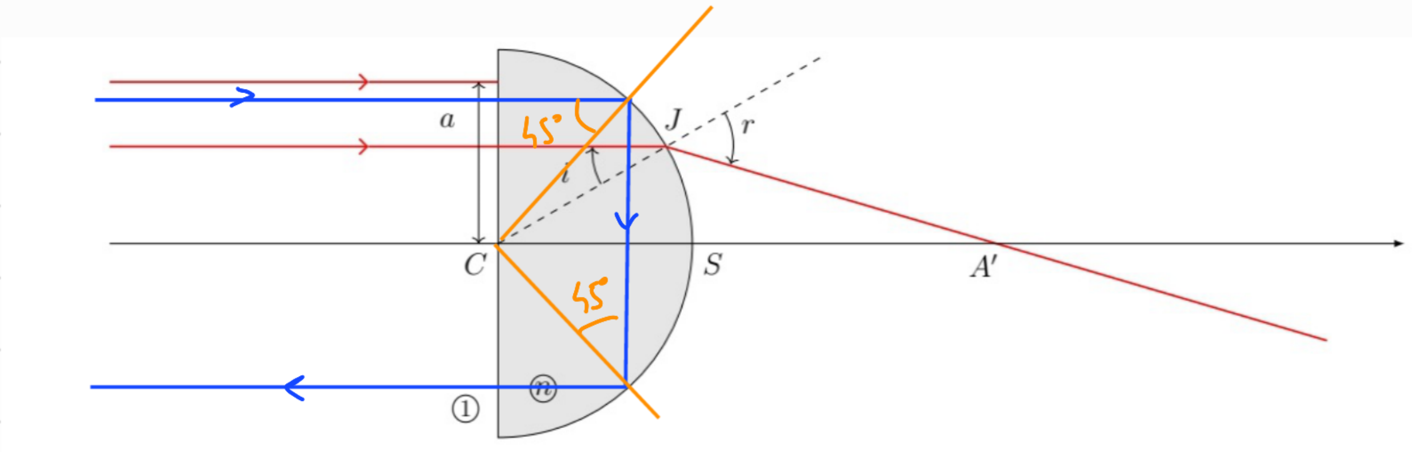
$$n \sin i_{lim} = n_{air} = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin i_{lim} = \dfrac{1}{n} \\ \text{or} \quad \sin i_{lim} = \dfrac{a_0}{R} \end{array}\right\} \boxed{a_0 = \dfrac{R}{n}}$$

AN : $a_0 = \dfrac{5{,}0}{1{,}5} = \underline{3{,}3\,\text{cm}}$

Tous les rayons émergent de la lentille si le rayon du faisceau est inférieur à 3,3 cm.

Q5.



Il y a réflexion totale pour $\sin i > \frac{1}{n}$

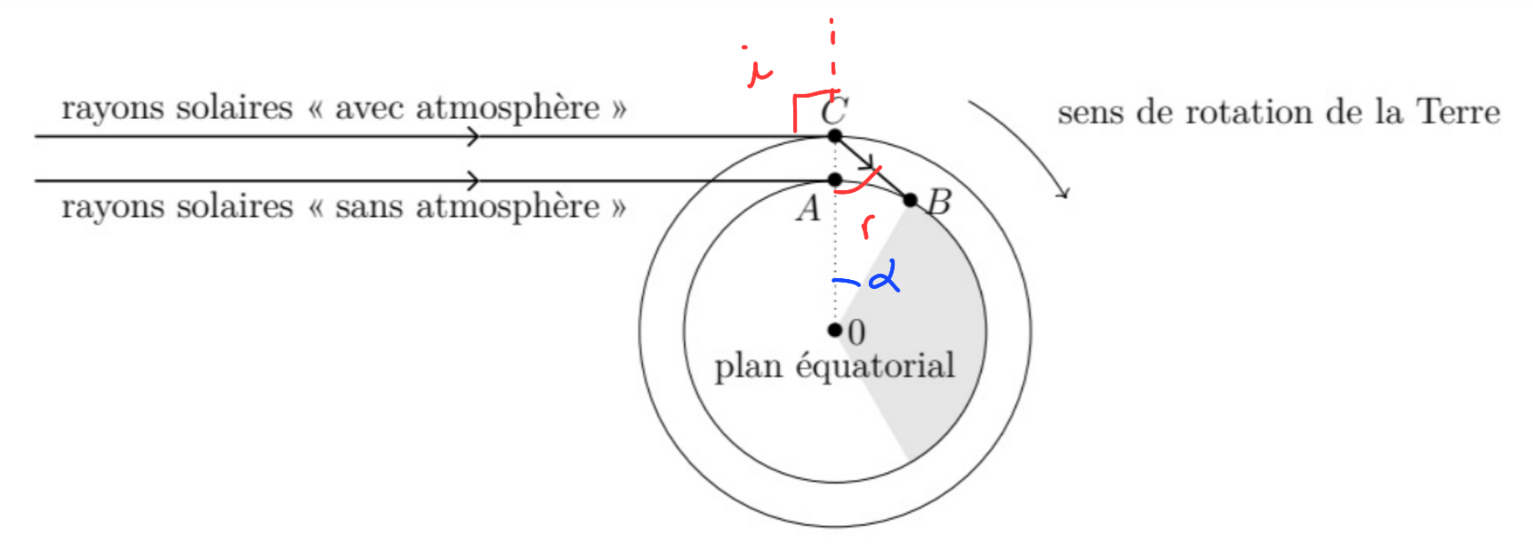
AN : $i > 42°$.

Or pour que le rayon émergent soit parallèle à l'incident, il faut $i = 45°$, c'est donc bien possible.

On a alors $\boxed{a_p = R \sin 45 = \frac{R}{\sqrt{2}}}$

AN : $a_p = \underline{3{,}5 \text{ cm}}$

Exercice 2 :



Au point C le rayon extrême arrive du vide avec l'angle d'incidence $\pi/2$ et est réfracté dans l'atmosphère d'indice n.

D'après la loi de Snell-Descartes on a :

$\sin \pi/2 = n \sin r$.

D'où $\sin r = \frac{1}{n}$ AN : $r = 88{,}6°$.

$AC \ll R$ donc $\widehat{OAB} \simeq \widehat{OCB} = r$

le triangle OAB étant isocèle on a

$\alpha = 180 - 2r$

Notons T la période de rotation de la Terre : $T = 1 \text{ jour} = 1440 \text{ min}$

Par proportionnalité on a :

$$360° \rightarrow 1440 \text{ min}$$
$$\alpha \rightarrow \text{retard } \tau$$

$$\tau = \frac{\alpha \cdot 1440}{360} = \underline{11 \text{ min}}$$