Devoir maison n° 6

La plongée sous-marine

Adapté de la 1re épreuve de Physique du concours commun Mines-Ponts 2004 filière MP.

Partie I. Plongée libre

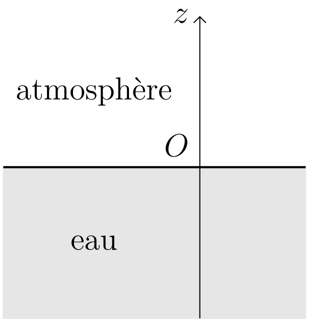

FIGURE 1

L'eau où le plongeur évolue est considérée comme un liquide homogène et incompressible, de masse volumique $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, en équilibre dans le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ uniforme, avec $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. La surface libre de l'eau (cote $z = 0$) est en contact avec l'atmosphère, de pression constante $P_{\text{atm}} = 1{,}013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$. On admet que la pression $p(z)$ à la cote z ($z < 0$) est donnée par :

$$p(z) = P_{\text{atm}} - \rho g z$$

.

Q1. Tracer $p(z)$.

On assimile l'air contenu dans les poumons du plongeur à un gaz parfait. Cet air est caractérisé par une pression $p(z)$ identique à celle de l'eau à la cote z, un volume $V(z)$ (capacité pulmonaire) variable (la cage thoracique se déforme sous l'effet de la pression), et enfin par une température T_i , constante et indépendante de la profondeur.

Q2. Calculer la capacité pulmonaire du plongeur à la cote z sachant que celui-ci, avant de plonger, gonfle ses poumons à leur capacité maximale V_M puis bloque sa respiration.
On donne $z = -10\,\mathrm{m}$ et $V_M = 7 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$.

On définit le poids apparent du plongeur (que l'on nomme flottabilité) comme la résultante de la poussée d'Archimède et des forces de pesanteur.

Q3. La flottabilité du plongeur augmente-t-elle ou diminue-t-elle lorsque la profondeur augmente ?

Afin de faciliter leur descente lors des premiers mètres, les plongeurs utilisent souvent un lest, plaque de plomb de volume négligeable, accrochée à une ceinture et facilement largable. Ce lest ne doit pas être trop lourd car un surlestage peut inciter à descendre à une profondeur excessive. On appelle m la masse du plongeur, $V^\star(z)$ le volume de son corps et V_0 le volume de son corps hors celui de la cage thoracique, de sorte que $V^\star(z) = V_0 + V(z)$.

Q4. Quelle masse m_1 de lest choisir si l'on adopte comme règle de sécurité le fait que le plongeur doit avoir une flottabilité nulle à la profondeur de 5 mètres ?

Q5. Faire l'application numérique avec $V_0 = 0{,}077\,\mathrm{m^3}$ et $m = 80\,\mathrm{kg}$.

Partie II. Plongée avec bouteille et détendeur

1) Remplissage de la bouteille

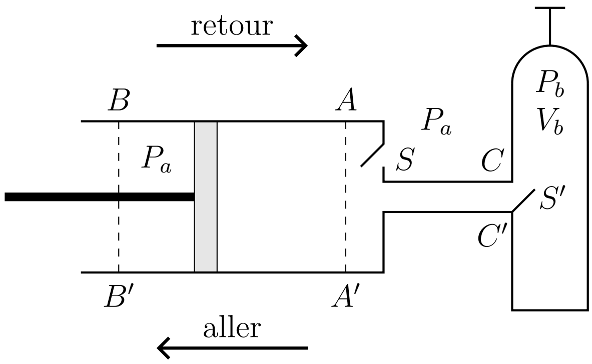

FIGURE 2 – Compresseur

Afin d'effectuer le remplissage d'une bouteille à parois indéformables, de volume V_b , on utilise un compresseur constitué (Figure 2) d'un cylindre, de deux soupapes S et S' et d'un piston, mobile sans frottement entre les positions extrêmes AA' et BB'. Lors de l'aller (phase d'aspiration) la soupape S est ouverte alors que S' est fermée ; on a alors admission de l'air atmosphérique dans le cylindre à la pression P_{atm}. Lors du retour (phase de compression), l'air dans le cylindre est comprimé, de la pression P_a à la pression P_b ; la soupape S est fermée alors que la soupape S' s'ouvre dès que la pression dans le cylindre devient supérieure à celle de la bouteille P_b . Quand le piston est en AA', le volume limité par le piston et la section CC' est $V_{\min}$; quand le piston est en BB', ce volume est égal à $V_{\max}$. Les transformations de l'air sont isothermes (les températures dans le cylindre et dans la bouteille sont identiques, égales à la température T_a de l'atmosphère) ; les transformations sont quasi-statiques ; l'air est toujours considéré comme un gaz parfait.

Q6. La pompe n'ayant pas encore fonctionné, l'état initial du système est le suivant :

— Bouteille : pression $P_b = P_{\text{atm}}$, température $T_b = T_a$

— Cylindre : pression P_{atm}, température T_a , position du piston AA'

Le piston fait un aller et un retour. Déterminer la pression P_b à l'intérieur de la bouteille à la fin de cette transformation ; en déduire, sous l'hypothèse $V_{\min} \ll V_b$, la variation Δn du nombre de moles contenues dans la bouteille.
Faire l'application numérique avec :
$V_b = 5 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$; $V_{\min} = 2 \times 10^{-5}\,\text{m}^3$; $V_{\max} = 2 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$; $T_a = 293\,\text{K}$; $R = 8{,}31\,\text{J·mol}^{-1}\text{·K}^{-1}$

Q7. Le compresseur ayant fonctionné, on considère qu'à un instant t donné, la soupape S est ouverte alors que la soupape S' est fermée ; l'état du système est alors le suivant :

— Bouteille : pression $P_b = p$, température $T_b = T_a$

— Cylindre : pression P_{atm}, température T_a , position du piston AA'

Le piston fait un aller-retour ; déterminer le volume d'air V' dans le cylindre lorsque la soupape S' s'ouvre, puis, en fonction de p, V_b, P_{atm} , $V_{\min}$ et $V_{\max}$, la pression p' dans la bouteille à la fin de cette opération. En déduire, en fonction des mêmes grandeurs, la variation Δp de la pression à l'intérieur de la bouteille. Déterminer la pression maximale $p_{\max}$ que l'on peut obtenir par ce procédé et interpréter le résultat obtenu.

Q8. Calculer Δp et $p_{\max}$ pour $p = 0{,}2 \times 10^7$ Pa et en conservant les données numériques antérieures.

Q9. On considère l'instant t de la question 7, l'état du système étant identique. Le piston fait α allers-retours par seconde, la durée de chaque aller-retour est notée Δt $\left(\Delta t = \frac{1}{\alpha}\right)$. Établir l'équation différentielle liant p et $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$. (On assimilera $\dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ à $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$)).

Q10. Le compresseur ayant démarré à l'instant $t = 0$, les conditions initiales étant celles qui ont été définies à la question 6, déterminer la pression $p(t)$ à un instant t quelconque.
Compte-tenu de l'inégalité $V_{\min} \ll V_b$, on pourra poser $\tau = \dfrac{V_b}{\alpha V_{\min}}$. Pour $\alpha = 4$ allers et retours par seconde, calculer le temps T au bout duquel la pression p dans la bouteille est égale à $0{,}5 \times 10^7\,\mathrm{Pa}$.

2) Utilité du détendeur

La pression dans la bouteille peut varier de 100 à 200 bars en début de plongée jusqu'à 30 à 50 bars en fin de plongée : la réserve de sécurité est caractérisée par la pression de seuil p_s.
Il faut ramener la pression de l'air sortant de la bouteille à la pression ambiante, pression de l'air respiré par le plongeur. Le détendeur assure cette fonction. Ce dispositif, inséré entre la bouteille d'air et la bouche du plongeur (Figure 3), fournit de l'air à la demande de ce dernier. Le détendeur possède ainsi plusieurs fonctions :

— Il réduit la pression de l'air issu de la bouteille à la pression $p(z)$ de l'endroit où se trouve le plongeur,

— il fournit la quantité d'air nécessaire à la respiration du plongeur à la pression $p(z)$,

— il se bloque lorsque la pression P_b de l'air dans la bouteille devient de l'ordre de la pression seuil p_s . Le plongeur est alors averti qu'il doit passer sur la réserve et remonter.

Q11. Au début de la plongée, la bouteille, de volume V_b , est remplie d'air à la température $T_b = T_a$ sous une pression p ; en profondeur ou en surface, la bouteille et son contenu prennent instantanément la température T_e, constante, de l'eau environnante. Calculer le nombre de moles d'air contenues dans la bouteille, d'une part au début de la plongée (n_i), d'autre part au moment où le détendeur se bloque (n_s).
Faire l'application numérique avec :
$p = 1{,}0 \times 10^7\,\mathrm{Pa}$; $p_s = 4{,}0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $V_b = 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$; $T_a = 293\,\mathrm{K}$; $T_e = 288\,\mathrm{K}$.

Q12. La respiration du plongeur est périodique, de fréquence f. Sous la pression locale $p(z)$ et à la température T_e , le volume moyen de l'air inspiré au cours de chaque cycle (avant d'être ensuite rejeté à l'extérieur) est Ω_0. Calculer le temps $\Delta t_s(z)$ au bout duquel le détendeur se bloque ; pour simplifier les calculs on admettra que le temps de descente du plongeur à la profondeur z est négligeable et que ce dernier se maintient tout le temps $\Delta t_s(z)$ à la profondeur z.
Faire l'application numérique avec :
$z = -20\,\mathrm{m}$; $\Omega_0 = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$; $f = 0{,}2\,\mathrm{s}^{-1}$; $T_e = 288\,\mathrm{K}$.

Partie III. Accident en cours de remontée

Un plongeur, non initié, évolue à la profondeur $z = -40\,\mathrm{m}$ et, pour une raison quelconque, prend peur : il bloque sa respiration, le volume de ses poumons est alors V_i, il perd son détendeur et remonte rapidement à la surface, sans expirer. Le volume maximal des poumons est $V_m = 7\,\mathrm{L}$.

Q13. À quelle profondeur, le volume des poumons sera-t-il égal à V_m ?

Q14. Sachant que ce volume V_m ne peut être dépassé, il va s'établir une surpression $\Delta p = p - p(z)$ entre la cavité pulmonaire (où règne la pression p) et le milieu extérieur. Les poumons subissent des lésions graves (qui peuvent être fatales) lorsque $\Delta p \leq 0{,}5\,\mathrm{bar}$. À quelle profondeur l'accident arrive-t-il ?

Q15. Quel volume le plongeur aurait-il dû expirer à la profondeur $z = -40\,\mathrm{m}$ (alors que le volume de ses poumons est alors V_i) pour éviter tout risque d'accident ?