

Devoir surveillé n° 5



En route pour les vacances



...mais avant étudions un peu la voiture !

Données pour l'ensemble du DS

Conversion des températures : $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Célérité des ondes électromagnétiques dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Exercice 1 : Pression des pneumatiques ($\sim 10\%$)

On considère un pneumatique d'automobile monté sur sa jante ; on admettra que le pneu se comporte comme une enveloppe déformable, de masse négligeable, parfaitement étanche, qui avec la jante délimite un volume qui reste toujours constant $V_p = 35 \text{ L}$, et que le gaz qu'il contient se comporte comme un gaz parfait. La pression dans ce pneumatique, mesurée à $T_0 = 20^{\circ}\text{C}$ est 1,70 bars avec un manomètre **qui indique la différence de pression du pneumatique et de la pression atmosphérique** ($P_{\text{atm}} = 1,00 \text{ bar}$).

- Q1. Quelle est, à 20°C , la pression P_0 du gaz à l'intérieur du pneumatique ?
- Q2. Quelles sera pour ce pneumatique l'indication (en bars) du manomètre de contrôle lorsque la température du gaz à l'intérieur du pneumatique sera de 40°C ?
- Q3. La pression recommandée par le manufacturier du pneumatique est $P = 3,00 \text{ bars}$ à la température de 20°C . Pour compléter le gonflage du pneumatique de l'automobile, on utilise un poste de gonflage mobile (réservoir d'air, assimilé à un gaz parfait, de volume $V_1 = 15 \text{ L}$ que l'on peut remplir d'air, au poste fixe du garage, supposé à la température T_0 , sous la pression $P_1 = 6,00 \text{ bars}$). La pression du pneumatique avant le gonflage est 2,70 bar.
- (a) Calculer le volume d'air V_{air} introduit dans le pneumatique, mesuré à 20°C sous $P_{\text{atm}} = 1,00 \text{ bar}$.
- (b) Calculer la pression finale P' de l'air dans le poste mobile à la fin de l'opération à 20°C .
- Q4. Quatre pneumatiques identiques, dont la pression mesurée au manomètre est 2 bars à 20°C , sont montés sur une voiture de tourisme. Ce véhicule, avec conducteur, passagers, bagages et le plein de carburant a une masse totale de 1440 kg, cette charge totale étant également répartie sur les deux essieux. Donner, à 20°C , la surface de contact entre le pneu et le sol (supposé parfaitement dur et horizontal). Pour les calculs on prendra $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Exercice 2 : Conditionnement de l'air de l'habitacle ($\sim 30\%$)

Partie I. Étude du régime permanent

Pour le confort et la sécurité des passagers, on doit renouveler l'air de la voiture, et empêcher le refroidissement ou le réchauffement par rapport à une situation normale dans laquelle l'intérieur du véhicule reste à une température consigne uniforme et constante égale à $T_C = 293\text{ K}$.

On assimile l'automobile (représentée schématiquement sur la figure 1) à un parallélépipède creux de hauteur $H = 1,5\text{ m}$, de largeur $\ell = 1,75\text{ m}$ et de longueur $L = 4,00\text{ m}$, réalisée en partie avec un matériau 1 d'épaisseur $e_1 = 10\text{ cm}$, de conductivité thermique $\lambda_1 = 0,10\text{ U.S.I.}$ et en partie en verre d'épaisseur $e_2 = 2,0\text{ mm}$ et de conductivité thermique $\lambda_2 = 1,2\text{ U.S.I.}$

On peut simplifier le modèle en supposant que les vitres occupent une hauteur $d = 0,50\text{ m}$ des parois verticales. Le toit, le sol et les parties basses des parois verticales sont constituées du matériau 1. On néglige les effets de bord et/ou la conduction par les coins.

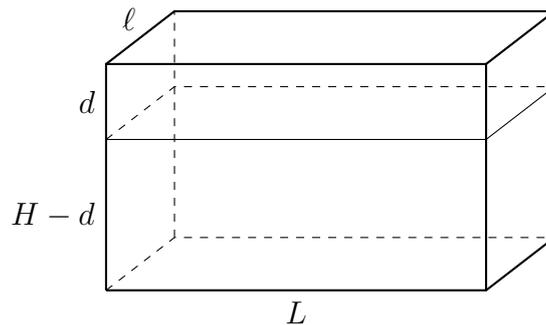


FIGURE 1 : Modélisation de la géométrie de la voiture

On admettra que la résistance thermique R_{th} d'un morceau de paroi dépend de sa surface s , de son épaisseur e et de la conductivité thermique λ du matériau constitutif de cette paroi selon : $R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda s}$.

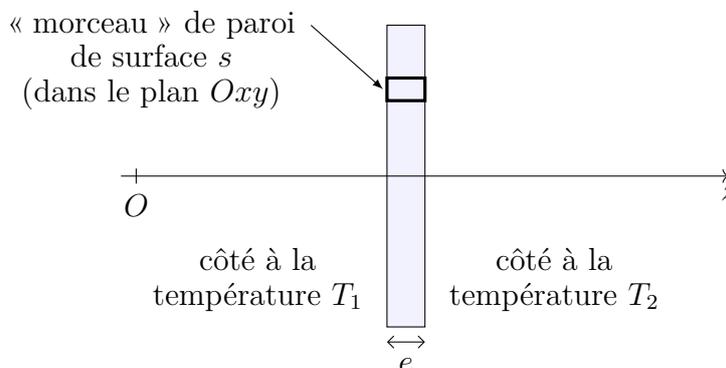


FIGURE 2 : Modélisation d'une paroi de voiture

- Q1. Exprimer le flux thermique algébrique $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ à travers le morceau de paroi de surface s et d'épaisseur e , en fonction de ses caractéristiques géométriques (e et s), des températures T_1 et T_2 des de λ , la conductivité thermique du matériau qui le constitue. $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ sera compté positif si $T_1 > T_2$.
- Q2. Déterminer la dimension de la conductivité thermique λ puis son unité dans le système international.
- Q3. Donner l'expression des résistances thermiques des parties suivantes du véhicule en fonction des données nécessaires :
- R_1 résistance thermique du toit (le sol de la voiture possède la même résistance thermique).
 - R_2 résistance thermique des parties latérales en matériau 1 (de hauteur $H - d$).
 - R_3 résistance thermique de toutes les vitres (partie latérale de hauteur d).
- Q4. Faire un schéma électrique équivalent à la résistance thermique de la voiture et en déduire sa résistance thermique totale R_v . Pour cela, on utilisera le fait qu'une association en série de résistances thermiques correspond à la superposition de couches de matériaux de conductivités différentes traversées par la même puissance thermique, alors que l'association en parallèle correspond à une juxtaposition de matériaux différents soumis au même écart de température.
- Q5. Calculer la valeur numérique de R_v et celle de R_3 (partie vitrée). Comparer la puissance thermique totale perdue par la voiture et celle traversant les vitres. Commenter.
- Q6. En réalité, le rapport entre l'écart de température $\Delta T = T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}$ et le flux thermique total entrant dans la voiture par les parois est différent du résultat précédent. De quel autre phénomène de transfert fallait-il vraisemblablement tenir compte ? Exprimer, pour le plafond uniquement, la résistance qui doit être rajoutée à R_1 en appelant h le coefficient de la loi de Newton entre le matériau 1 et l'air. Faire le nouveau schéma électrique équivalent.

Par la suite, on prendra $G = \frac{1}{R_v} = 150 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$ pour le rapport $\frac{\Phi}{\Delta T}$.

On suppose que :

- l'appareil de conditionnement de l'air de la voiture permet de refroidir l'habitacle en été, de le réchauffer en hiver et de renouveler l'air en même temps,
- la pression est toujours la même l'extérieur et à l'intérieur et est égale à $P = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$,
- l'habitacle est maintenu à la température de consigne $T_C = 293 \text{ K}$.

- Q7. Chacun des n passagers dégage une puissance thermique $p = 75 \text{ W}$. Exprimer la puissance P_1 fournie par le conditionneur en fonction de n , p , G et $\Delta T = T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}$.
- Q8. Calculer les deux valeurs de P_1 pour $n = 4$ passagers, en été $T_{\text{ext}} = 303 \text{ K}$ ou en hiver $T_{\text{ext}} = 263 \text{ K}$. Commenter le signe. Pour quelle température extérieure n'y aurait-il pas besoin de conditionnement ? L'ordre de grandeur vous paraît-il vraisemblable ?

Partie II. Étude du régime transitoire

Lorsque les passagers montent dans le véhicule, la température de l'air intérieur est égale à la température extérieure $T_{\text{ext}} = 263 \text{ K}$ (hiver). Dès leur installation dans le véhicule, les passagers règlent le conditionneur au maximum, ce dernier fournit alors une puissance $P_{1,\text{max}}$ dont on se propose de déterminer la valeur pour que la température de consigne T_C soit atteinte en $\Delta t = 2,0 \text{ min}$.

On rappelle que les passagers fournissent une puissance $p = 75 \text{ W}$ par personne et que la conductance thermique de l'ensemble de la voiture vaut $G = \frac{1}{R_v} = 150 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$.

L'air intérieur au véhicule est caractérisée par une capacité thermique totale à volume constant C . On se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

Q9. Montrer que la température de l'air à l'intérieur du véhicule vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\infty}}{\tau}$$

en explicitant les expressions de τ et T_{∞} en fonction de R_v , C , n , p , T_{ext} et $P_{1,\text{max}}$.

Q10. Proposer un schéma électrique équivalent.

Q11. Représenter l'allure de l'évolution au cours du temps de la température de l'air de l'habitacle.

Q12. Résoudre l'équation de la question Q9. et déterminer l'expression littérale de $P_{1,\text{max}}$ en fonction de n , R_v , p , τ , T_{ext} , T_C et Δt pour que la température de consigne soit atteinte en une durée Δt .

Q13. Évaluer l'ordre de grandeur de la quantité de matière (notée q en mol), contenue dans l'air de la voiture à la température $T_C = 293 \text{ K}$, en supposant que l'air se comporte comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et occupe 50% du volume intérieur.

Q14. Rappeler le lien entre l'énergie interne et l'enthalpie d'une mole de gaz parfait. En déduire la valeur de $C_{P,m} - C_{V,m}$, avec $C_{P,m}$ et $C_{V,m}$ les capacités thermiques molaires à pression et à volume constante, dont le rapport vaut $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}} = 1,4$.

Q15. Évaluer la valeur numérique de C , la capacité thermique à volume constant des q moles d'air, puis celle de $P_{1,\text{max}}$. Commenter.

Exercice 3 : Étude d'un moteur à biodiesel ($\sim 20\%$)

Données pour l'exercice 3

- Capacité thermique molaire de l'air à pression constante : $C_{P,m} = 32 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Capacité thermique molaire de l'air à volume constant : $C_{V,m} = 24 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Masse volumique du biodiesel : $\mu = 874 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Le biodiesel suscite un certain engouement grâce à sa capacité à diminuer la production et l'utilisation des combustibles fossiles. Il présente l'avantage d'être une énergie renouvelable (il est obtenue à partir d'une huile végétale ou animale), biodégradable et non-toxique. Les carburants biodiesels sont compatibles avec les moteurs diesels des véhicules.

On idéalise le fonctionnement de ce moteur en considérant que le système fermé constitué de n moles de gaz parfait parcourt de manière réversible le cycle schématisé sur le diagramme de Clapeyron Pression-Volume donné à la figure 1. Le cycle est décomposé en plusieurs parties décrites ci-dessous :

- Une compression adiabatique a lieu de A à B .
- La combustion démarre en B et il s'ensuit une première phase isochore de B à C .
- La combustion se poursuit dans une phase isobare de C à D .
- Une détente adiabatique a lieu de D à E .
- Une phase isochore a lieu de E à A .

La combustion est prise en compte de façon abstraite : on ne se préoccupe pas des modifications dans la composition du système dues à la réaction chimique ; on considère que la combustion est équivalente à un apport de chaleur au gaz effectuant le cycle, durant les phases $B \rightarrow C$ et $C \rightarrow D$.

On adopte les notations suivantes : $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$; $\beta = \frac{V_D}{V_C}$; $\delta = \frac{P_C}{P_B}$.

On note $C_{V,m}$ la capacité thermique molaire à volume constant du gaz considéré, et $C_{P,m}$ sa capacité thermique molaire à pression constante et on définit par $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$. On prend pour γ la valeur 1,35.

Les différents symboles des pressions et des volumes sont indiqués sur le schéma de la figure 1. On note de même T_A , T_B , T_C , T_D et T_E les températures respectives aux points A , B , C , D et E .

On admettra que lors d'une transformation adiabatique réversible, on a $PV^\gamma = \text{constante}$.

Q1. Écrire la relation entre P_A , P_B , V_A , V_B et γ .

Q2. Déterminer le transfert thermique Q_{AB} reçu par le gaz pendant la transformation $A \rightarrow B$.

Montrer que le travail W_{AB} reçu pendant cette étape vaut : $W_{AB} = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma - 1}$.

Q3. Déterminer travail W_{BC} reçus par le gaz pendant la transformation $B \rightarrow C$. Exprimer le transfert thermique Q_{BC} reçu par le gaz pendant cette étape, on exprimera le résultat en fonction de n , $C_{V,m}$, T_B et T_C .

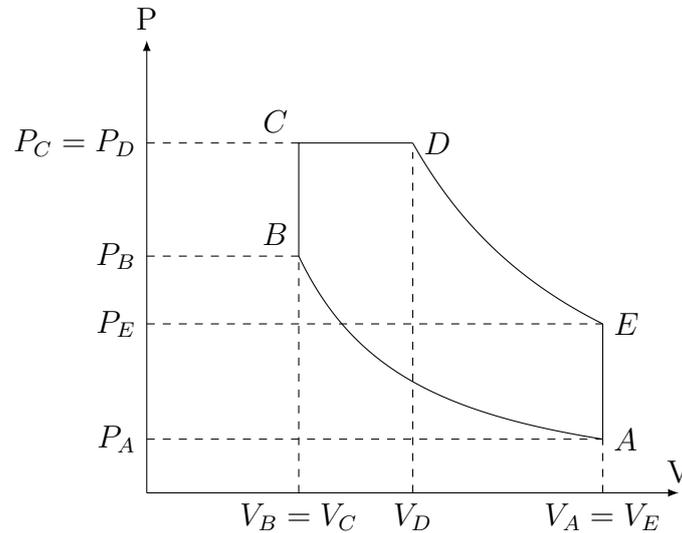


FIGURE 1 : Cycle théorique d'un moteur diesel actuel où la combustion s'effectue en deux étapes

- Q4. Exprimer le transfert thermique Q_{CD} reçue par le gaz pendant la transformation $C \rightarrow D$. On exprimera le résultat en fonction de n , $C_{P,m}$, T_C et T_D .
- Q5. Exprimer les transferts thermiques Q_{DE} et Q_{EA} reçus par le gaz pendant les transformations $D \rightarrow E$ et $E \rightarrow A$. Exprimer le résultat en fonction des températures des points extrêmes de chaque transformation étudiée, de n et des capacités thermiques molaires.
- Q6. Donner la valeur de la variation d'énergie interne ΔU sur un cycle complet ($ABCDEA$).
- Q7. En déduire le transfert de travail total W reçu par le gaz au cours d'un cycle en fonction des transferts thermiques reçus définis dans les questions précédentes.
- Q8. Exprimer T_B en fonction de T_A , γ et α .
- Q9. Exprimer T_C en fonction de T_A , γ , α et δ .
- Q10. Exprimer T_D en fonction de T_A , γ , α , β et δ .
- Q11. Exprimer T_E en fonction de T_A , γ , β et δ .

On admettra que le rendement de ce moteur, noté η , est donné par $\eta = \frac{-W}{Q_{BC} + Q_{CD}}$, avec W = travail reçu par le gaz sur un cycle entier $ABCDEA$.

- Q12. Montrer que le rendement peut s'écrire $\eta = \frac{\delta \beta^\gamma + 1}{\alpha^{\gamma-1}(\delta - 1 + \gamma \delta(\beta - 1))}$.
- Q13. Supposons qu'une automobile à moteur Diesel roule à la vitesse constante de $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, avec une consommation constante de 8 litres de biodiesel par 100 km parcourus. Le moteur tourne à la vitesse angulaire, elle aussi constante, de 2000 tours par minute. On précise qu'il y a deux tours de moteur lorsque le cycle thermodynamique est décrit une fois. Déterminer la masse m_c de carburant injectée à chaque cycle dans le moteur.

Exercice 4 : Réception des ondes radio ($\sim 20\%$)

Dans son principe de fonctionnement, le premier maillon d'un récepteur radiophonique correspond au schéma de la figure 1. L'antenne reçoit les signaux issus de « toutes les stations environnantes ». Lorsqu'une onde radio de fréquence f est reçue par l'antenne d'une radio, elle est convertie en un signal électrique sinusoïdal de même fréquence f et l'antenne les injecte dans le circuit gauche du transformateur, ce qui génère un signal électrique sinusoïdal de même fréquence f dans le circuit droit du transformateur. L'antenne joue ainsi le rôle d'un « générateur » qui alimente le circuit RLC série du poste radio.

Comme chaque station radio diffuse une onde électromagnétique (onde radio) de fréquence f précise, il faut effectuer une sélection. L'utilisateur du poste sélectionne la station de son choix en ajustant la capacité C du condensateur, qui est variable. Ainsi seuls les signaux dont la fréquence sera proche de f_0 seront présents aux bornes de C .

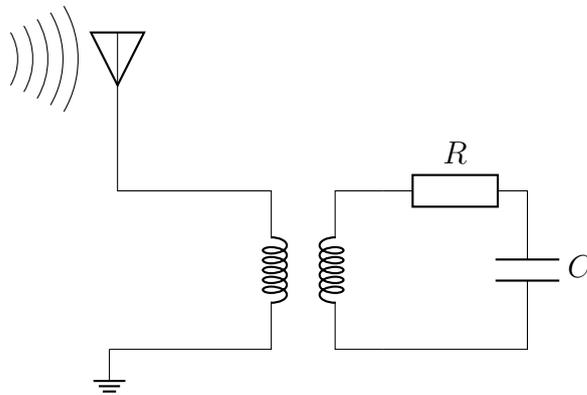


FIGURE 1 : Principe de la réception radio

Q1. La station « France Inter » en Grandes Ondes émet sur une onde de longueur d'onde 1829 m. Calculer f_{FI} la fréquence correspondant à ce signal.

On modélise le récepteur radio par un circuit RLC série, le signal généré par l'antenne étant modélisé par un GBF délivrant un signal sinusoïdal d'amplitude E_m et de pulsation ω : $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. L'inductance de la bobine a une valeur fixe ($L = 170 \mu\text{H}$) et sa résistance interne est notée r . Le condensateur, dont on négligera la résistance de fuite, a une capacité C variable, ce qui permet à l'utilisateur du poste de sélectionner la station de son choix.

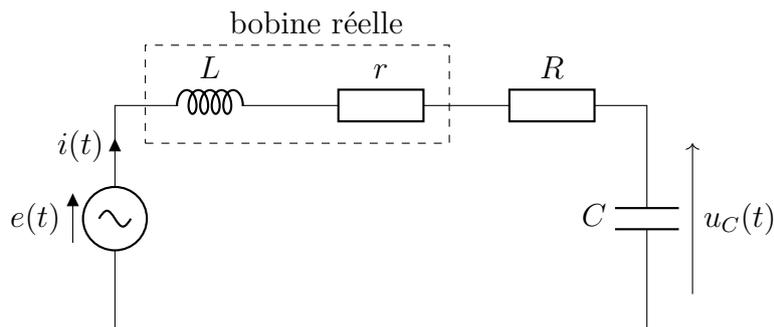


FIGURE 2 : Circuit RLC modélisant le poste de réception radio

On associe à toute grandeur réelle $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ une grandeur complexe $\underline{u}(t) = U_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$ où \underline{U} est l'amplitude complexe, et $j^2 = -1$.

Q2. Donner l'expression de la tension $e(t)$.

Q3. Préciser le comportement limite des différents composants passifs du circuit de la figure 2 à haute et basse fréquence.

En déduire qualitativement le comportement de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur à haute et basse fréquences.

Q4. Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe \underline{U}_C associée à la tension aux bornes du condensateur en fonction des caractéristiques des composants. Mettre \underline{U}_C sous la forme canonique :

$$\underline{U}_C = \frac{A}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}, \text{ où on exprimera } A, \omega_0 \text{ et } Q \text{ en fonction des données du problème.}$$

Q5. Écrire U_{Cm} (amplitude de la tension aux bornes du condensateur) en fonction de $X = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$, Q et E .

Montrer que $U_{Cm}(X)$ passe par un extremum en X_r si $Q > Q_{\min}$.

Préciser X_r et Q_{\min} .

En déduire l'expression de la pulsation ω_r de résonance, et la comparer à ω_0 .

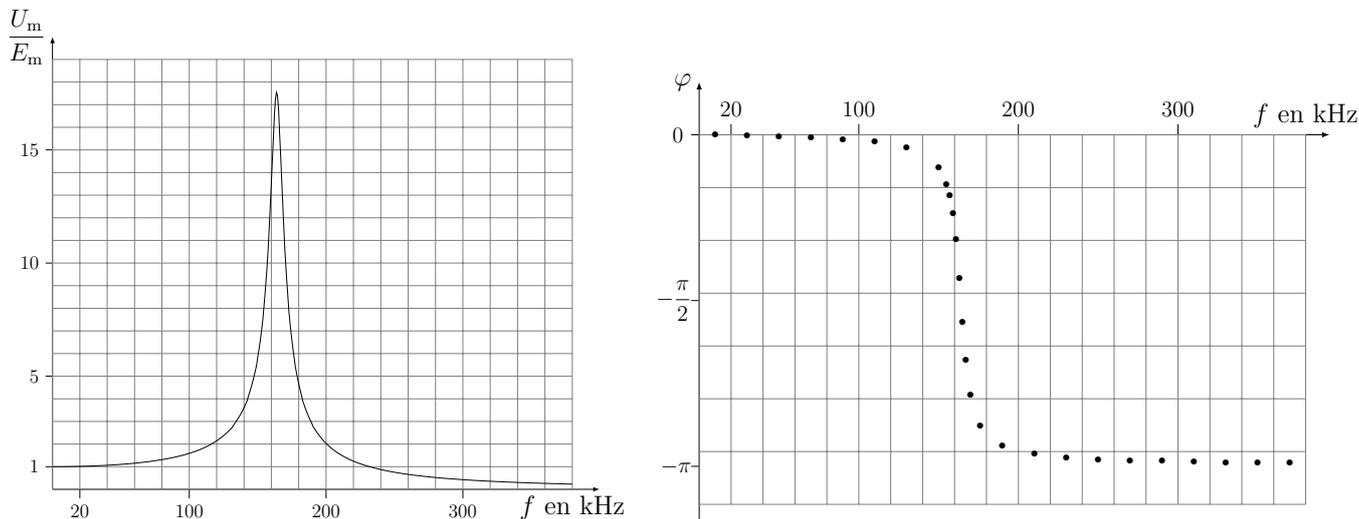


FIGURE 3 : Amplitude adimensionnée $\frac{U_m}{E_m}$ (à gauche) et phase φ (à droite) de la tension aux bornes du condensateur en fonction de la fréquence du signal généré par l'antenne, pour un réglage de l'utilisateur

Q6. Le réglage effectué par l'utilisateur sur la figure 3 permet-il d'écouter la station « France Inter » ? Si oui, déterminer la valeur de la capacité C correspondant à ce réglage.

Q7. Évaluer la valeur de la résistance totale du circuit ($R + r$).

Exercice 5 : Étude des suspensions ($\sim 20\%$)

Sur un véhicule, les suspensions ont de multiples fonctions. Elles servent notamment :

- à améliorer le confort des occupants ;
- à améliorer la tenue de route en maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (amélioration de la sécurité) ;
- à diminuer l'effet, sur l'ensemble des organes mécaniques, des vibrations et impacts dus aux irrégularités de la route (diminution de l'usure et du risque de rupture).

Il existe différents types de suspensions et, dans ce problème, nous nous intéresserons à un type très répandu : les suspensions à ressorts. De manière simplifiée, ces suspensions se composent d'un ressort (qui assure la liaison entre les roues et la caisse) et d'un système d'amortissement.

Le but de cet exercice est d'étudier les mouvements verticaux d'un véhicule se déplaçant sur un sol non plat. Pour l'ensemble de l'exercice, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le véhicule est soumis au champ de pesanteur terrestre \vec{g} .

Hypothèses : tout au long de l'exercice, on considèrera que :

- l'extrémité supérieure du ressort (de longueur à vide ℓ_0) est en contact avec le véhicule et l'extrémité inférieure du ressort est reliée à une roue (unique) qui se trouve en contact avec le sol ;
- la roue reste en contact avec le sol à tout instant ;
- les dimensions de la roue sont telles qu'on la suppose ponctuelle de sorte qu'elle suit parfaitement le profil de la route, y compris lorsque le sol n'est pas plat.

On associe à toute grandeur réelle $z(t) = Z_m \cos(\omega t + \varphi)$ une grandeur complexe $\underline{z}(t) = Z_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{Z} e^{j\omega t}$ où \underline{Z} est l'amplitude complexe, et $j^2 = -1$.

On considère une voiture de masse M se déplaçant sur un sol ondulé horizontal sinusoïdal, à la vitesse v_1 . La position verticale du bas de la suspension (roue) est repérée par la variable $z_s(t)$. On a donc $z_s(t) = z_{sm} \cos(\omega t)$.

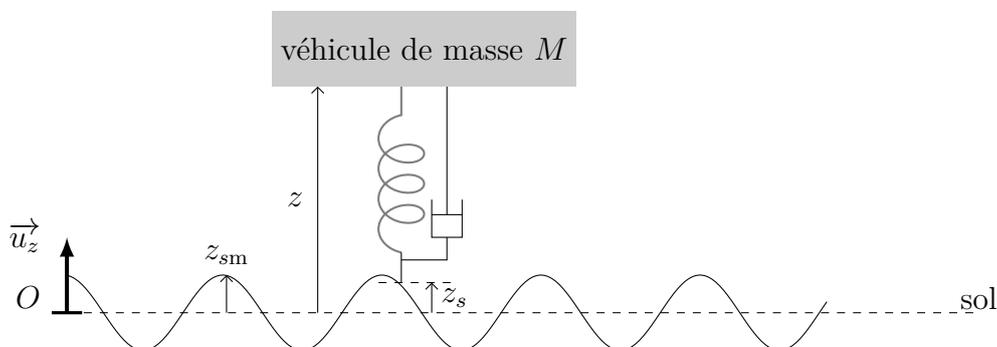


FIGURE 1 : Modélisation d'une voiture se déplaçant sur un sol ondulé

La suspension comporte un dispositif d'amortissement visqueux, son action sur le véhicule est modélisée par la force $\vec{F} = -h \vec{v}$ où \vec{v} représente la vitesse relative des deux extrémités de l'amortisseur et h le coefficient de frottement fluide. On a donc $\vec{F} = -h(\dot{z} - \dot{z}_s)\vec{u}_z$.

- Q1. Établir l'expression de z_e la position d'équilibre de la masse M dans le cas d'un sol non ondulé ($z_s = 0$).
- Q2. Déterminer l'expression de la force exercée par le ressort de la suspension sur la masse M en fonction de k , z , z_s , ℓ_0 et du vecteur unitaire \vec{u}_z .
- Q3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer l'équation différentielle liant $z(t)$, $\dot{z}(t)$ et leurs dérivées temporelles, ainsi que les paramètres h , M , k et z_e , position d'équilibre de la masse M .

Voulant étudier les oscillations de la masse M autour de sa position d'équilibre, on posera $z' = z - z_e$ dans la suite de l'exercice.

- Q4. Montrer que l'équation différentielle établie à la question précédente peut se mettre sous la forme :

$$M\ddot{z}' + h\dot{z}' + kz' = Y(t)$$

Déterminer l'expression de $Y(t)$ en fonction de z_s , \dot{z}_s , k et h .

Dans la suite de l'exercice, on utilisera les notations complexes rappelées au début de l'énoncé.

Pour simplifier les notations, on posera $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ et $2\lambda = \frac{h}{M}$.

- Q5. Déterminer l'expression de la réponse complexe $\frac{Z'}{Z_s}$ de la suspension en fonction de ω , ω_0 et λ .
- Q6. Montrer que le module de la réponse complexe est donné par :

$$H = \left| \frac{Z'}{Z_s} \right| = \sqrt{\frac{\omega_0^4 + 4\lambda^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2}}$$

Pour la suite de l'exercice, on utilisera l'expression du module de la réponse complexe fournie à la Q6. même si cette question n'a pas été traitée.

- Q7. Étude de la réponse complexe à haute et basse fréquence :
- Déterminer la valeur vers laquelle tend H lorsque la pulsation ω tend vers 0. Décrire dans ce cas le comportement de la masse M par rapport au sol.
 - Déterminer la valeur vers laquelle tend H lorsque la pulsation ω tend vers l'infini. Décrire dans ce cas le comportement de la masse M par rapport au sol.

- Q8. Étude des variations de H :

On considère pour simplifier :

- que la valeur maximale de H est atteinte pour une pulsation ω_r non nulle telle que le dénominateur de l'expression fournie à la Q6. est minimal ;
- que l'on se trouve dans le cas où $\omega_0^2 > 2\lambda^2$.

Déterminer l'expression de ω_r en fonction de ω_0 et λ . À quel phénomène physique la situation où la pulsation est égale à ω_r correspondant-elle ?

Remarque : La détermination de la pulsation qui correspond à la valeur maximale de H devrait prendre en compte le fait que le numérateur de H dépend également de la pulsation, mais le calcul complet conduit à des résultats sensiblement équivalents.

- Q9. Donner l'allure de la courbe représentant $H = \left| \frac{Z'}{Z_s} \right|$ en fonction de ω . On fera apparaître les valeurs particulières déterminées dans la question précédente.