TD du chapitre 1

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Deux verres différents

Le tableau ci-contre donne les longueurs d'onde dans le vide, de deux radiations monochromatiques et les indices correspondants pour deux types de verre différents.
L'indice de l'air est pris égal à 1,000.

Couleur	λ_0 (nm)	n_{crown}	n_{flint}
rouge	656,3	1,504	1,612
bleu	486,1	1,521	1,671

On prendra $c = 2{,}998 \times 10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ comme valeur de la vitesse de la lumière dans l'air.

Q1. Calculer les fréquences de ces ondes lumineuses. Dépendent-elles de l'indice du milieu ?

Q2. Calculer les célérités et les longueurs d'onde de la radiation rouge dans les deux verres.

Q3. Un rayon de lumière blanche arrive sur un dioptre plan air-verre sous l'incidence $i = 60°$.
Faire un schéma. Déterminer l'angle que fait le rayon bleu avec le rayon rouge pour un verre crown puis pour un verre flint. Quel est le verre le plus dispersif ? (Un milieu transparent est dit « dispersif » lorsque la célérité d'une onde lumineuse dépend de sa fréquence.)

Q3. Le flint est plus dispersif que le crown ($\Delta i_{2,\text{flint}} = 1{,}3\ ^\circ$, $\Delta i_{2,\text{crown}} = 0{,}5\ ^\circ$)

Exercice n°2 Mesure de la distance Terre-Lune

Lors des expéditions lunaires Apollo, des réflecteurs catadioptrique ont été placés à la surface de la Lune afin de permettre des mesure de distance Terre-Lune. Le principe de la mesure repose sur une mesure de temps de vol entre l'émission d'une impulsion Laser et la réception de sa réflexion.

Q1. On mesure un temps de vol $\tau \approx 2{,}56\,\text{s}$. Déterminer la distance D_{T-L} Terre-Lune.

Q2. La précision sur la mesure temporelle est de l'ordre de 100 ps, estimer l'ordre de grandeur de la précision de la mesure de D_{T-L}.

Q3. Une des difficultés de cette expérience consiste à former un faisceau Laser suffisamment parallèle pour qu'une quantité significative de lumière soit réfléchie. Quel phénomène rend le faisceau inévitablement divergent ?

On utilise une Laser Nd-YAG ($\lambda = 532\,\text{nm}$ avec un diamètre de sortie $d = 1{,}2\,\text{cm}$.)

Q4. Estimer l'ouverture angulaire θ du faisceau.

Q5. En déduire le diamètre L du faisceau à l'arrivée sur la Lune.

Q4. $\theta = 2{,}5 \times 10^{-3}\ ^\circ$; Q5. $L = 34\,\text{km}$

Exercices ⋆

Exercice n°3 Erreur sur la perception visuelle

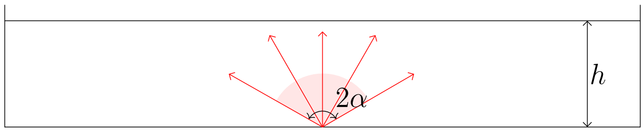
Un pêcheur utilisant un harpon observe un poisson. Il voit le poisson dans le prolongement des rayons lumineux arrivant dans son œil. Le poisson nage à une profondeur $p = 2\,\text{m}$ et semble situé à une distance $d = 3\,\text{m}$ devant le pêcheur. On suppose que les yeux du pêcheur sont à la hauteur $h = 1{,}7\,\text{m}$.

Q1. Le poisson est-il en réalité plus près ou plus loin ? La réponse sera accompagnée d'un schéma.

Q2. Déterminer à quelle distance D devant le pêcheur le poisson se situe.

Exercice n°4 Projecteur au fond d'un bassin

Un projecteur étanche est posé au fond du bassin de profondeur $h = 1{,}0\,\mathrm{m}$ et éclaire vers le haut avec un angle d'ouverture totale $2\alpha = 120\ ^\circ$. On constante que l'éclairement du fond du bassin correspond à un disque et une auréole adjacente et concentrique, tous deux lumineux.



Q1. Faire un grand schéma clair avec plusieurs rayons lumineux issus du faisceau et leurs prolongements après l'interface eau-air.

Q2. Quel phénomène est à l'origine des figures lumineuses observées ?

Q3. Laquelle du disque ou de l'auréole est le/la plus lumineux(se) ?

Q4. Quel est le rayon R_d du disque lumineux ? L'exprimer en fonction de n_{eau} et de h uniquement. Faire l'AN avec $n_{\text{eau}} = 1,33$.

Q5. Quel est le rayon externe R_a de l'auréole ?

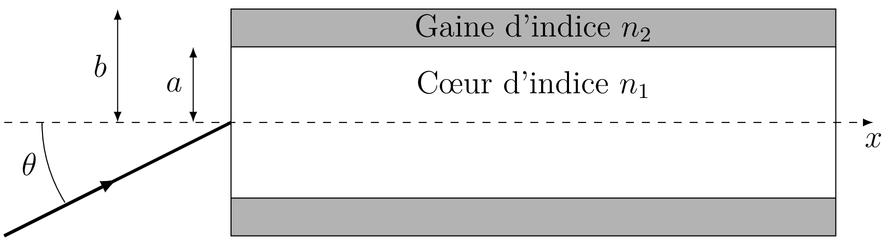
Q4. $R_d = 2{,}3\,\mathrm{m}$; Q5. $R_a = 3{,}5\,\mathrm{m}$

Q2. $D = 2{,}4\,\mathrm{m}$

Exercice n°5 Fibre optique

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre (ou de plastique) appelé cœur ou âme, LTHI (linéaire, transparent, homogène, isotrope) d'indice n_1 et de rayon a, entourée d'une gaine transparente d'indice de réfraction n_2. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre mais évite aussi les fuites de lumière vers d'autres fibres en cas de contact. Actuellement le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à 200 µm selon les propriétés et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre 400 µm. La gaine est entourée par un matériau protecteur (plastique en général) pour atteindre un diamètre total de l'ordre du millimètre.

Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (Ox) formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 qui sera pris égal à l'indice de l'air pour les applications numériques. On s'intéresse à la trajectoire d'un rayon lumineux situé dans le plan de symétrie contenant l'axe (Ox).



Q1. Quel phénomène physique permet de guider la lumière dans la fibre, sans perte d'énergie au cours du parcours ? Comment doit-on alors choisir n_1 et n_2 ?

Q2. En supposant que cette condition soit remplie, faire un schéma du trajet d'un rayon à travers la fibre, en représentant plusieurs réflexions sur l'interface cœur/gaine.

Q3. Montrer que ce rayon peut être guidé dans le cœur si θ, l'angle d'incidence du rayon à l'entrée de la fibre, reste inférieur à une valeur $\theta_{\max}$ telle que $\sin(\theta_{\max}) = \dfrac{n_1}{n_0}\sqrt{1 - \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2}$

Q4. On appelle ouverture numérique ON la quantité $n_0 \sin(\theta_{\max})$. Calculer la valeur de ON pour $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).

Q5. Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$, au point O sur la fibre précédente de longueur L, sous la forme d'un faisceau conique convergent d'axe Ox et de demi-angle au sommet $\theta_i < \theta_{\max}$.
a) Quel rayon sortira en premier de la fibre ? Déterminer le temps qu'il met à parcourir la fibre en fonction de L, n_1 et c.
b) Quel rayon sortira en dernier ? Déterminer le temps qu'il met à parcourir la fibre en fonction de L, n_1, n_2 et c.
c) En déduire la différence δt entre la durée maximale et la durée minimale de propagation d'un bout à l'autre de la fibre. Exprimer le résultat en fonction de L, n_1 et n_2 et c.
A.N. : Calculer la valeur de δt pour $L = 1{,}00\,\text{km}$, $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$

Q6. Le signal transporté par la fibre optique est constitué d'impulsions lumineuses d'une durée T_1 à intervalles réguliers T. Quelle valeur minimale de T faut-il choisir pour que les impulsions soient distinctes à la sortie de la fibre ? Proposer une définition de la bande passante en bits (ou nombre d'impulsions) par seconde. Comparer la valeur de la bande passante obtenue avec celle de la 4G (10 à 80 Mbits par seconde).

Q4. $ON = 0,3631$; Q5. $\delta t = 0{,}158\,\mu\text{s}$

Exercices ★ ★

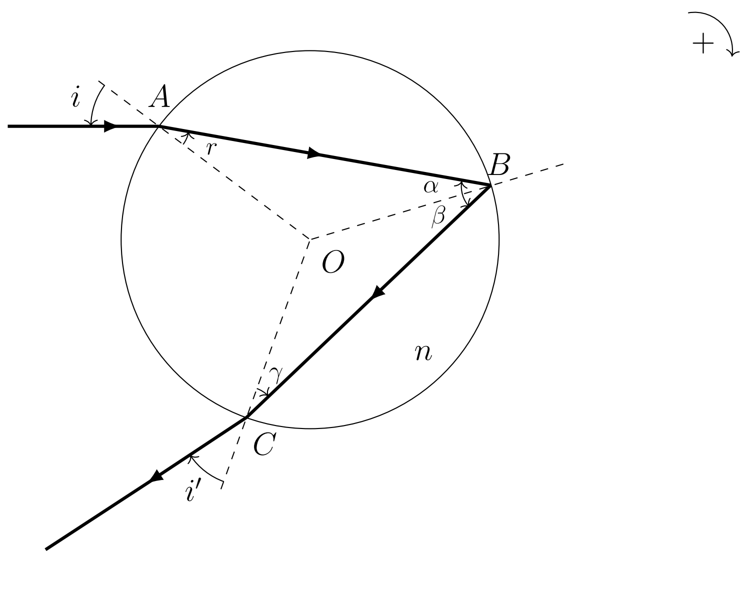
Exercice n°6 L'arc-en-ciel

L'objectif de ce problème est d'expliquer comment se forme un arc-en-ciel lorsque la pluie et le soleil sont simultanément présents.
Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux.

Q1. Énoncer les lois de Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction entre deux milieux homogènes isotropes d'indices n_1 et n_2.

Q2. Expliquer le phénomène de réflexion totale. Calculer l'angle d'incidence limite au-delà duquel il y a réflexion totale lorsque les deux milieux sont l'eau d'indice 1,33 et l'air d'indice 1,00.

Un arc-en-ciel se produit lorsque les rayons du soleil sont réfléchis par des gouttes d'eau sphériques en suspension dans l'air. Le schéma ci-dessous représente le trajet suivi par un rayon lumineux qui subit une seule réflexion à l'intérieur de la goutte d'eau.



Q3. Donner la relation entre l'angle de réfraction r à l'intérieur de la goutte, i et n, puis montrer que :

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i} = \frac{\cos i}{n \cos r(i)}$$

Q4. Le rayon subit en B une réflexion sur l'interface eau-air. Cette réflexion peut-elle être totale ?

Q5. Montrer que $\alpha = -\beta = \gamma = -r$, et en déduire que $i' = -i$.

Q6. Montrer que la déviation D subie par le rayon entre l'entrée et la sortie de la goutte est $D = \pi + 4r - 2i$.

Les rayons du soleil arrivant parallèlement les uns aux autres, ils éclairent parallèlement toute la goutte et couvrent donc tous les angles d'incidence entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. On considère que l'observateur n'accommode pas, c'est à dire que son cristallin est assimilable à une lentille qui focalise sur un écran (rétine) tout faisceau de lumière parallèle issu d'une goutte d'eau.

Q7. À quelle condition sur l'angle de déviation D, la lumière émergente se présente-t-elle sous forme d'un faisceau de lumière parallèle ?

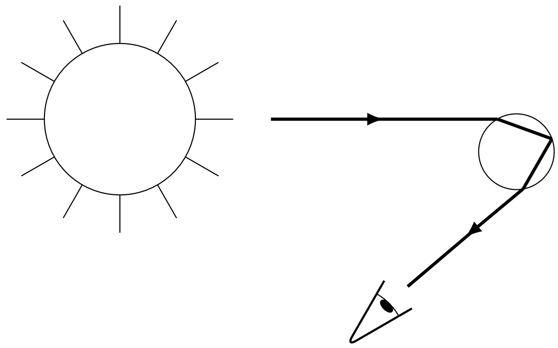
Q8. Exprimer cette condition de parallélisme des rayons émergents en la traduisant mathématiquement au moyen de la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i}$.

Q9. Montrer que l'existence d'un faisceau émergent parallèle correspond à un extremum de déviation D_m et se produit pour un angle i_m tel que :

$$\frac{\cos i_\mathrm{m}}{n\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i_\mathrm{m}}{n}\right)^2}} = \frac{1}{2}$$

Q10. Déterminer l'expression de i_m. Faire l'application numérique.

Q11. Le soleil étant supposé très bas sur l'horizon, au dos d'un observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer l'arc en ciel que si la goutte d'eau se trouve sur un cône d'axe confondu avec la direction du soleil et de demi-angle au sommet $\theta = \pi - D_\mathrm{m}$ que l'on fera apparaître sur le schéma ci-contre :



L'indice de l'eau varie avec la longueur d'onde λ selon la loi de Cauchy : $n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$.

Q12. Déterminer la déviation des rayons rouges et celle des rayons violets, sachant que pour le rouge l'indice vaut $n_\mathrm{r} = 1,3317$ et pour le violet il vaut $n_\mathrm{v} = 1,3448$.

Q13. Justifier le phénomène d'irisation observé avec l'arc en ciel.

Q14. En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective du rouge et du violet.