

Chapitre 7 : Cinématique du point



La cinématique est l'étude descriptive des mouvements, indépendamment de leurs causes. Cette étude nécessite un repérage dans l'espace au moyen de coordonnées. Plusieurs systèmes de coordonnées existent, dont les coordonnées cartésiennes, du nom du mathématicien et philosophe français René Descartes.

Plan du cours

<p>I Cadre de l'étude 2</p> <p style="padding-left: 20px;">I.1 Limites de la mécanique classique 2</p> <p style="padding-left: 20px;">I.2 Notion de point en physique 2</p> <p>II Description d'un mouvement 2</p> <p style="padding-left: 20px;">II.1 Choix du référentiel 2</p> <p style="padding-left: 20px;">II.2 Méthode pour commencer un exercice 4</p> <p style="padding-left: 20px;">II.3 Décrire la position 4</p> <p style="padding-left: 20px;">II.4 Décrire la vitesse 5</p> <p style="padding-left: 20px;">II.5 Décrire l'accélération 5</p>	<p>III Différents systèmes de coordonnées 6</p> <p style="padding-left: 20px;">III.1 Coordonnées cartésiennes 6</p> <p style="padding-left: 20px;">III.2 Coordonnées cylindriques 8</p> <p style="padding-left: 20px;">III.3 Coordonnées sphériques 10</p> <p style="padding-left: 20px;">III.4 Base de Frenet pour un mouvement plan . . . 10</p> <p style="padding-left: 20px;">III.5 Comment choisir le système de coordonnées ? 12</p> <p>IV Étude de mouvements particuliers 12</p> <p style="padding-left: 20px;">IV.1 Mouvements de vecteur accélération constant 12</p> <p style="padding-left: 40px;">a) Mouvement rectiligne 12</p> <p style="padding-left: 40px;">b) Mouvement non rectiligne 15</p> <p style="padding-left: 20px;">IV.2 Mouvement circulaire 16</p> <p style="padding-left: 40px;">a) Mouvement circulaire uniforme 16</p> <p style="padding-left: 40px;">b) Mouvement circulaire non uniforme . 18</p>
--	---

À savoir

Différencier un solide d'un système déformable.	I.2
Définir les vecteurs position, vitesse, accélération, et déplacement élémentaire.	II.3 II.4 II.5
Décrire les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques.	III.1 III.2 III.3
Définir un mouvement de translation, un mouvement de rotation.	IV.1.a) IV.2
Citer un exemple où la description classique de l'espace et du temps est prise en défaut.	Ⓐ TD8
Connaître les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.	III.4

À savoir faire

Établir les expressions des composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.	III.1 III.2 TD1,2
Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.	III.1 III.2
Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.	III.5 TD5
Cas du mouvement à vecteur accélération constant : Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.	IV.1 TD4,6
Cas du mouvement circulaire uniforme et non uniforme : Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.	IV.2 TD3,7
<i>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</i>	TP13

I Cadre de l'étude

I.1 Limites de la mécanique classique

La mécanique classique est valable tant que :

- La vitesse des systèmes étudiés est très inférieure à celle de la lumière dans le vide c (pour des vitesses approchant c , il faut utiliser la mécanique relativiste).
- la taille des systèmes étudiés est très supérieure à celle d'un atome (à l'échelle atomique, il faut utiliser la mécanique quantique).



Remarques

- En mécanique relativiste, le temps et les longueurs ne sont plus absolus : ils dépendent du référentiel dans lequel ils sont mesurés.
- En mécanique quantique, un objet possède à la fois des caractéristiques corpusculaires (particule) et ondulatoires : c'est la dualité onde-corpuscule. Une particule quantique n'est plus localisée et cela n'a plus de sens de parler de la trajectoire de la particule.

I.2 Notion de point en physique



Définition

Point matériel : Un point matériel est un solide ^a dont on peut négliger l'extension spatiale et la rotation sur lui-même. Pour le repérer complètement dans l'espace, il suffit de donner 3 paramètres : ses coordonnées.

a. solide = système matériel indéformable dont la distance entre deux points quelconques reste constante

II Description d'un mouvement

II.1 Choix du référentiel



Définition

Il est nécessaire avant de commencer à décrire tout mouvement de définir « une référence » de temps et d'espace : c'est le référentiel.

Référentiel : solide de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'un système. Un référentiel \mathcal{R} est défini par :

- un repère d'espace : on choisit une origine O (= un point fixe par rapport au solide), trois axes orthogonaux (fixes également par rapport au solide), et une unité de mesure de longueur (le mètre dans le système international).
- et un repère de temps : une origine des temps (date $t = 0$) et une unité de mesure temporelle (la seconde dans le système international).



Remarque

- Il est indispensable de préciser le référentiel d'étude car la description du mouvement dépend du référentiel choisi : c'est la relativité du mouvement.

 **Exercice de cours** (A)

Les muons sont des particules instables, de charge négative et de masse de valeur comprise entre celle de l'électron et celle du proton. Ils sont produits à haute altitude ($h \approx 10$ km) lors d'interactions entre les rayons cosmiques et les noyaux atomiques présents dans l'atmosphère terrestre. Ils traversent cette dernière à une vitesse approchant la célérité de la lumière. Certains des muons arrivent au sol avec une énergie suffisante pour traverser plusieurs centaines de mètres de roche avant de se désintégrer. La durée de vie moyenne des muons, mesurée en laboratoire sur des muons presque immobiles est $\tau = 2 \times 10^{-6}$ s.

- Q1. Déterminer la distance maximale que devrait parcourir les muons dans l'atmosphère. Pourquoi est-ce surprenant de les observer à la surface de la Terre ?
- Q2. Dans le référentiel terrestre, les événements « entrée de l'atmosphère » et « sortie de l'atmosphère » ont-ils lieu en un même lieu ? Même question pour le référentiel lié au muon.
- Q3. Expliquer en quoi la détection d'un nombre important de muons au niveau de la surface terrestre constitue une preuve expérimentale de la « dilatation » des durées, une manifestation des effets relativistes.

II.2 Méthode pour commencer un exercice de mécanique

★ Méthode

Au début d'un exercice de mécanique, il faut toujours :

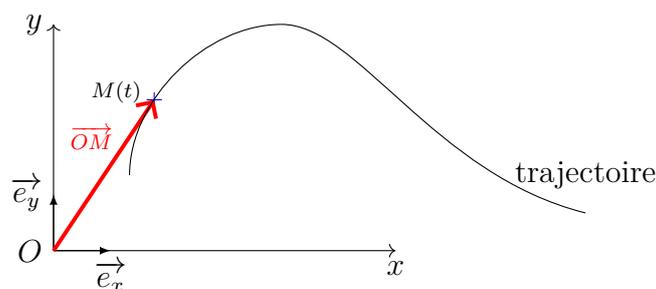
- ❶ Définir le système étudié (= l'objet dont on va étudier le mouvement)
- ❷ Définir le référentiel d'étude (= par rapport à quoi on étudie le mouvement du système), en précisant les trois axes liés au référentiel et son origine.
- ❸ Introduire des notations pour les grandeurs physiques du problème (quand elles n'ont pas été définies dans l'énoncé).
- ❹ Faire un grand schéma ($\sim 1/3$ de page) propre et clair.

II.3 Décrire la position

♥ Définitions

On étudie le mouvement d'un point matériel M dans le référentiel \mathcal{R} dont O est un point fixe.

Vecteur position : Le vecteur position de M dans \mathcal{R} est le vecteur \overrightarrow{OM} , il donne à chaque instant la position du point M (on note $\overrightarrow{OM}(t)$).



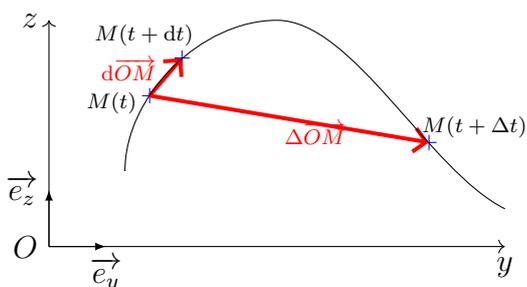
Le vecteur \overrightarrow{OM} s'exprime avec les vecteurs unitaires de la base choisie (voir partie III).

Trajectoire : C'est l'ensemble des positions successives occupées par le point M au cours de son mouvement.

♥ Définitions

Vecteur déplacement élémentaire :

Entre t et $t + \Delta t$, le point M se déplace de :
 $\Delta\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}(t + \Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)$.



Si la durée Δt devient très petite, on définit le **vecteur déplacement élémentaire du point M** , noté $d\overrightarrow{OM}$:

$$d\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{M(t)M(t + dt)}$$

Le vecteur déplacement élémentaire est **toujours tangent à la trajectoire** du point M .

**Définition**

Équations horaires : Dans le référentiel \mathcal{R} muni d'un repère $(O, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$, le point M est repéré par ses coordonnées (x_1, x_2, x_3) . Les équations horaires du mouvement point M constituent

un système de 3 équations :

$$\begin{cases} x_1(t) = f(t) \\ x_2(t) = g(t) \\ x_3(t) = h(t) \end{cases}$$

II.4 Décrire la vitesse**Définition**

Vecteur vitesse : Le vecteur vitesse du point M dans le référentiel \mathcal{R} est le vecteur :

$$\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{OM}(t + \Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}}$$

Propriétés :

- Le déplacement élémentaire s'écrit : $d\overrightarrow{OM} = \vec{v} dt$.
- Le vecteur vitesse est tangent à chaque instant à la trajectoire du point M (comme le déplacement élémentaire).
- La norme $\|\vec{v}\|$ du vecteur vitesse (souvent notée v) s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

II.5 Décrire l'accélération**Définition**

Vecteur accélération :

Le **vecteur accélération du point M dans le référentiel \mathcal{R}** est le vecteur :

$$\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})} = \left(\frac{dv(M/\mathcal{R})}{dt} \right)_{/\mathcal{R}} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \right)_{/\mathcal{R}}$$

La norme $\|\vec{a}\|$ du vecteur accélération (souvent notée a) s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

**Remarques**

Il ne faut pas confondre :

- Le vecteur accélération \vec{a} : il est caractérisé par une direction, un sens et une norme ;
- La norme du vecteur accélération $\|\vec{a}\|$ (souvent notée a) : c'est un scalaire positif ;
- Les composantes du vecteur accélération : ce sont des scalaires algébriques (3 nombres, positifs ou négatifs) qui caractérisent le vecteur \vec{a} dans une base orthonormée directe.

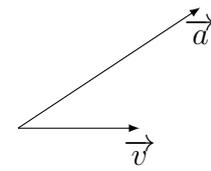
Parler d'« accélération » n'est donc pas assez précis ! On parlera donc toujours de « vecteur accélération » ou de « norme du vecteur accélération » ou de « composante selon ... du vecteur accélération ».

♥ Propriétés

Mouvements accéléré / décéléré / uniforme :

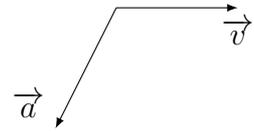
- Un mouvement est **accéléré** dans le référentiel \mathcal{R} si la NORME du vecteur vitesse dans \mathcal{R} augmente au cours du temps :

$$\|\vec{v}\| \nearrow \Leftrightarrow \|\vec{v}\|^2 \nearrow \Leftrightarrow \frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} > 0 \Leftrightarrow \boxed{\vec{v} \cdot \vec{a} > 0}$$



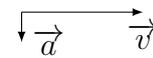
- Un mouvement est **décéléré** dans le référentiel \mathcal{R} si la NORME du vecteur vitesse dans \mathcal{R} diminue au cours du temps :

$$\|\vec{v}\| \searrow \Leftrightarrow \|\vec{v}\|^2 \searrow \Leftrightarrow \frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} < 0 \Leftrightarrow \boxed{\vec{v} \cdot \vec{a} < 0}$$



- Un mouvement est **uniforme** dans le référentiel \mathcal{R} si la NORME du vecteur vitesse dans \mathcal{R} est constante :

$$\|\vec{v}\|^2 = \text{cste} \Leftrightarrow 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \boxed{\vec{v} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \vec{0} \text{ ou } \vec{a} = \vec{0} \text{ ou } \vec{a} \perp \vec{v}}$$



III Différents systèmes de coordonnées

Pour repérer la position d'un point, il faut donner ses coordonnées dans la base orthonormée choisie. Il existe 3 systèmes de coordonnées : coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

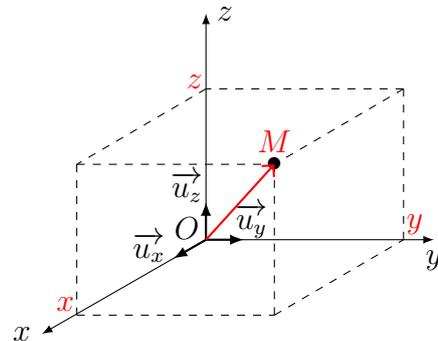
III.1 Coordonnées cartésiennes

★ Méthode

Coordonnées cartésiennes :

La base de projection cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est une base **fixe** de \mathcal{R} .

\vec{u}_x , \vec{u}_y et \vec{u}_z sont les 3 vecteurs unitaires, ils sont dirigés selon les axes Ox , Oy et Oz .



📖 Démonstration

Déterminer l'expression du vecteur position \vec{OM} en coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

 **Démonstration**

Déterminer l'expression du vecteur déplacement élémentaire $d\overrightarrow{OM}$ lors d'un déplacement infinitésimal en coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

 **Démonstration**

En déduire l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} en coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Donner l'expression de la norme de la vitesse v .

 **Démonstration**

Déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} en coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

III.2 Coordonnées cylindriques (ou cylindro-polaires)

★ Méthode

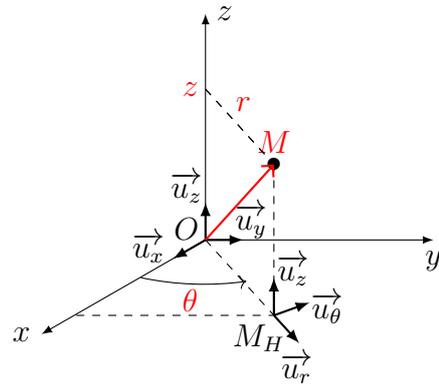
Coordonnées cylindriques :

La base de projection cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est une base **mobile** de \mathcal{R} .

\vec{u}_r = vecteur unitaire dans la direction et le sens de $\overrightarrow{OM_H}$: $\vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OM_H}}{\|\overrightarrow{OM_H}\|}$.

\vec{u}_θ = vecteur unitaire obtenu par rotation de \vec{u}_r d'un angle $\frac{\pi}{2}$ dans le sens direct.

\vec{u}_z = vecteur unitaire, dirigé selon l'axe Oz .

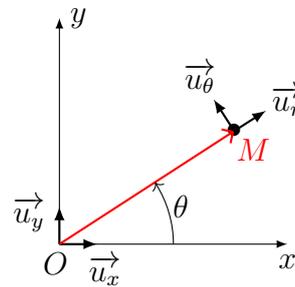


Cas d'un mouvement dans le plan (Oxy) :

Expression des vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ dans la base fixe (\vec{u}_x, \vec{u}_y) :

$$\vec{u}_r =$$

$$\vec{u}_\theta =$$



📌 Démonstration

Déterminer l'expression du vecteur position \overrightarrow{OM} en coordonnées polaires dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

📌 Démonstration

Déterminer l'expression du vecteur déplacement élémentaire $d\overrightarrow{OM}$ lors d'un déplacement infinitésimal en coordonnées polaires dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

 Démonstration

En déduire l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} en coordonnées polaires dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

 Démonstration

En utilisant leurs expressions dans la base fixe (\vec{u}_x, \vec{u}_y) , montrer que $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et que $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$.
Retrouver l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} en coordonnées polaires dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

 Démonstration

Déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} en coordonnées polaires dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

III.3 Coordonnées sphériques

★ Méthode

Coordonnées sphériques :

La base de projection sphérique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ est une base **mobile** de \mathcal{R} .

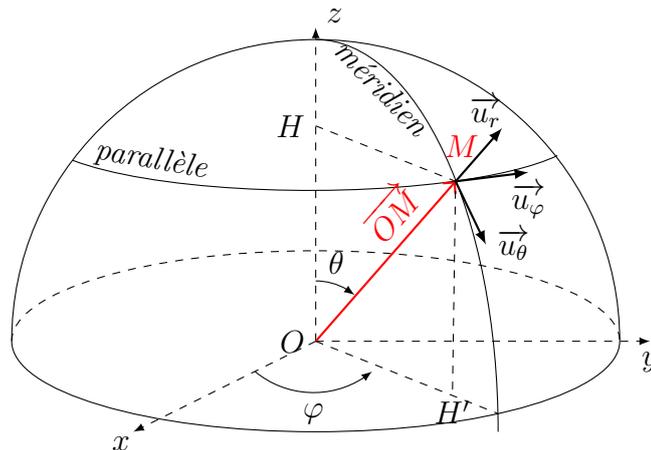
\vec{u}_r = vecteur unitaire dans la direction et le sens de \overrightarrow{OM} : $\vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$.

\vec{u}_θ = vecteur unitaire tangent au méridien passant par M et dirigé dans le sens où θ augmente.

\vec{u}_φ = vecteur unitaire tel que la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ est orthonormée directe. \vec{u}_φ est le vecteur unitaire tangent au parallèle passant par M .

Vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} =$$



III.4 Base de Frenet pour un mouvement plan

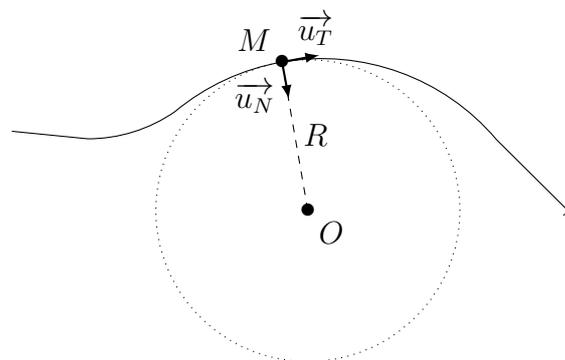
★ Méthode

Base de Frenet : Dans le cas où la trajectoire du point M est plane on peut l'assimiler localement à un arc de cercle de centre O et de rayon R (appelé rayon de courbure de la trajectoire au point M). À chaque instant, on peut définir deux vecteurs unitaires :

\vec{u}_T = vecteur unitaire tangent à la trajectoire en M et orienté dans le sens du mouvement

\vec{u}_N = vecteur unitaire orthogonal à \vec{u}_T et dirigé vers l'intérieur de la trajectoire

Ces deux vecteurs constituent la base de Frenet.



La base étant mobile (liée au point M), les vecteurs \vec{u}_N et \vec{u}_T varient dans le temps et on a :

$$\frac{d\vec{u}_T}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_N \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{u}_N}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_T$$

 **Démonstration**

Déterminer l'expression du vecteur position \overrightarrow{OM} du point M en mouvement circulaire dans la base de Frenet (\vec{u}_T, \vec{u}_N) .

 **Démonstration**

En déduire l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ du point M dans le référentiel \mathcal{R} dans la base de Frenet (\vec{u}_T, \vec{u}_N) :

- a) Dans le cas d'un mouvement circulaire non uniforme.
- b) Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme.

 **Démonstration**

Déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$ du point M dans la base de Frenet (\vec{u}_T, \vec{u}_N) :

- a) Dans le cas d'un mouvement circulaire non uniforme.
- b) Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme.

III.5 Comment choisir le système de coordonnées ?

Une base de projection n'est qu'un outil permettant d'exprimer des équations vectorielles sous forme d'un ensemble d'équations scalaires plus faciles à manipuler. Pour un même référentiel, on peut donc choisir la base de projection que l'on veut (cartésienne, cylindrique, sphérique, ou de Frenet) pour étudier le mouvement d'un système. Le choix se fera par des considérations géométriques (étude des symétries) pour simplifier la mise en équation.

Exemples :

- Pour étudier un point matériel en rotation sur un cercle dans un référentiel où le cercle est fixe, on choisira préférentiellement la base de coordonnées polaires car il y a une symétrie de révolution.
- Pour étudier un point matériel en vol balistique (= lancer dans le champ de pesanteur terrestre avec une vitesse initiale ni nulle ni verticale), on choisira préférentiellement la base de coordonnées cartésiennes car il n'y a pas de symétrie de révolution.

IV Étude de mouvements particuliers

IV.1 Mouvements de vecteur accélération constant

a) Mouvement rectiligne

Démonstration

On étudie le mouvement d'un point matériel M ayant un mouvement rectiligne le long de l'axe (Ox) de vecteur accélération constant $\vec{a} = a_x \vec{u}_x$. À $t = 0$: $\overrightarrow{OM} = x_0 \vec{u}_x$ et $\vec{v}_0 = v_{0x} \vec{u}_x$.
Établir l'expression du vecteur vitesse en fonction du temps.

Établir l'expression du vecteur position en fonction du temps.

Décrire le mouvement si $a_x > 0$ et $v_{0x} > 0$.

Décrire le mouvement si $a_x < 0$ et $v_{0x} < 0$.

Décrire le mouvement si $a_x > 0$ et $v_{0x} < 0$.

Décrire le mouvement si $a_x < 0$ et $v_{0x} > 0$.

Exercice de cours (B)

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec un départ arrêté (vitesse initiale nulle).

- Q1. Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180$ m. Déterminer l'accélération supposée constante et la vitesse atteinte en D .
- Q2. Quelle est la distance d'arrêt pour une décélération de $7,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$?

b) Mouvement non rectiligne

 **Démonstration**

On considère un point M en mouvement avec un vecteur accélération \vec{a} constant : $\vec{a} = \alpha \vec{u}_y$, où α est constant. À $t = 0$, M se trouve en O et a un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$, avec $v_0 > 0$.
Faire un schéma de la situation.

Par intégrations successives, déterminer les coordonnées du vecteur vitesse puis les équations horaires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$.

En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire $y(x)$.

Représenter la trajectoire dans les deux cas $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$. On représentera sur la trajectoire, le vecteur accélération et le vecteur vitesse en différents points.

IV.2 Mouvement circulaire

a) Mouvement circulaire uniforme

Démonstration

On considère un point M décrivant un cercle de rayon R et dont la norme v du vecteur vitesse reste constante au cours du mouvement.

Faire un schéma de la situation et choisir un paramétrage adapté. Exprimer le vecteur position.

Déterminer le vecteur vitesse. En déduire la norme du vecteur vitesse.

Déterminer le vecteur accélération. L'exprimer en fonction de v , R et \vec{u}_r . Que peut-on dire de ce vecteur accélération ?

Représenter sur le schéma précédent les vecteurs vitesse et accélération à différents instants.

♥ Propriété

Pour un mouvement circulaire uniforme :

$$\|\vec{v}\| = \text{constante} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{a} = 0 \quad \text{mais} \quad \vec{v} \neq \overrightarrow{\text{constante}} \quad \text{et} \quad \vec{a} \neq \vec{0}$$

💣 Exercice de cours ©

On s'intéresse au mouvement d'un point M situé sur un vinyle 45 tours (qui tourne à 45 tours/min) de diamètre 17,5 cm. M se situe à la périphérie du disque.

- Q1. Quelle est la vitesse du point M ? Faire l'application numérique.
- Q2. Quelle est l'accélération du point M ? Faire l'application numérique.

b) Mouvement circulaire non uniforme

 **Démonstration**

On considère un point M décrivant un cercle de rayon R (avec $\|\vec{v}\|$ qui varie).
Faire un schéma et choisir un paramétrage adapté. Exprimer le vecteur position.

Déterminer le vecteur vitesse. En déduire la norme du vecteur vitesse.

Déterminer le vecteur accélération.

Que peut-on dire de ce vecteur accélération ? On distinguera les cas où $\|\vec{v}\|$ augmente et où $\|\vec{v}\|$ diminue.

Représenter les vecteurs vitesse et accélération à différents instants dans les deux cas.