

TP 12 : Étude cinématique, dynamique et énergétique du pendule conique

💡 **Compétences expérimentales exigibles du programme :**

- ✓ Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
- ✓ Évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.



But du TP

Analyser le mouvement d'un pendule conique.

Matériel :

- potence avec pendule simple
- balance

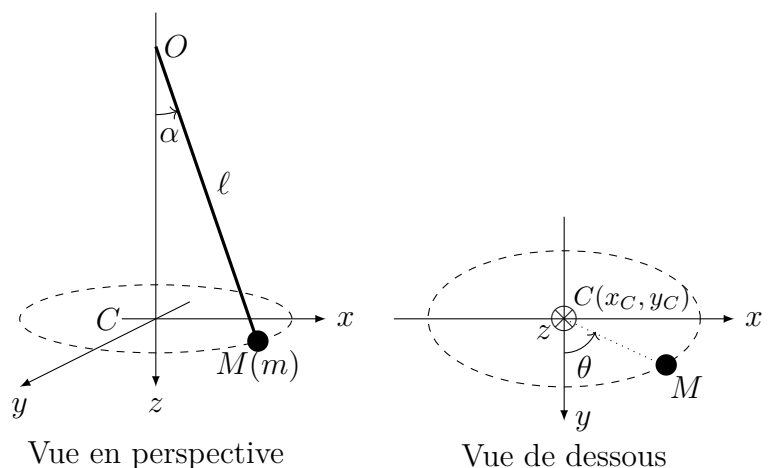
- mètre ruban
- ordinateur avec Virtual Dub et Regressi

I Travail préparatoire 🏠

I.1 Description du pendule

On s'intéresse au système ci-dessous constitué d'une masse $M(m)$ attachée à l'extrémité d'un fil de longueur ℓ dont on néglige la masse et que l'on suppose inextensible.

L'acquisition sera faite avec Virtual Dub et l'exploitation avec Regressi.



I.2 Étude dynamique

- Q1. Avant de faire et exploiter l'expérience, que pensez-vous intuitivement du mouvement de ce pendule ?
- Q2. Faire un schéma du pendule vu de profil = plan (MOz) , et représenter les forces appliquées au système M .
- Q3. Exprimer les coordonnées des forces dans la base cartésienne, en repérant par θ l'angle entre (Cy) et (CM) (voir schéma ci-dessus).
- Q4. Appliquer la seconde loi de Newton et montrer que lorsque $CM \ll \ell$ on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{g}{\ell}(x - x_C) = 0 \\ \ddot{y} + \frac{g}{\ell}(y - y_C) = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

- Q5. Introduire la pulsation propre ω_0 et donner l'expression de la période propre du mouvement.
- Q6. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_c du pendule en fonction de v_x et v_y , en négligeant le mouvement selon z .
- Q7. Montrer que l'énergie potentielle de pesanteur du pendule peut s'écrire :

$$E_{pp}(x, y) = mg \left(\ell - \sqrt{\ell^2 - (x - x_C)^2 - (y - y_C)^2} \right)$$

en choisissant comme niveau de référence de E_{pp} la position du pendule lorsque $\alpha = 0$.

II Acquisition

Lire en entier puis réaliser le protocole 1.

Protocole 1

- Mesurer la longueur du fil et peser la masse m . Noter les valeurs sur votre compte-rendu.
- Ouvrir le logiciel Virtual Dub 32 bits. Dans l'onglet File, choisir Capture AVI. Dans l'onglet Device, choisir la camera Microsoft.
- Placer la caméra en-dessous du pendule de façon à prendre le champ complet de la manipulation (faire quelques essais).
- Vérifier que le champ de la manipulation est bien éclairé.
- Vérifier qu'il y a dans le champ un objet dont on connaît la taille afin de pouvoir ensuite étalonner le pointage (dans le plan du mouvement).
- Aller dans l'onglet File, Set capture file... pour choisir l'emplacement (dossier TP12 dans MP2I-Travail) et le nom de la vidéo (nommer la vidéo avec vos prénoms).
- Mettre en mouvement le pendule.
- Dans l'onglet Capture, démarrer l'acquisition avec Capture video, attendre 3 ou 4 périodes, puis arrêter l'acquisition avec Stop Capture.
- Appeler le professeur pour valider l'enregistrement.

- Q8. À partir des mesures de g et ℓ , déterminer la période propre attendue. Faire une estimation de l'incertitude-type sur cette valeur avec une simulation de Monte-Carlo.

III Exploitation

III.1 Pointage des positions successives

Ouvrir le film réalisé avec Virtual Dub dans Avimeca. Dans l'onglet Etalonnage, préciser l'origine du repère et l'échelle (attention l'étalon n'est pas dans le plan d'oscillations du pendule!), puis pointer les positions successives de la masse au cours du temps.

III.2 Traitement des données

Protocole 2

- Tracer la courbe $x(t)$, et pour pallier l'imprécision des pointages, modéliser la courbes $x(t)$. Recopier sur le compte-rendu l'équation horaire obtenue modélisant $x(t)$.
- Faire de même avec $y(t)$.
- Dans le tableau de valeurs, créer deux nouvelles grandeurs calculées : x_{mod} calculée avec l'expression issue de la modélisation de $x(t)$ et y_{mod} calculée avec l'expression issue de la modélisation de $y(t)$.
- Tracer la trajectoire de la masse en utilisant les expressions modélisées.
- Avec l'outil « Vecteurs », tracer les vecteurs vitesse et accélération sur la trajectoire.

- Q9. Comparer la valeur de la période obtenue avec la modélisation à la valeur attendue (question Q8.). Ces deux valeurs sont-elles compatibles ?
- Q10. Commenter l'allure des vecteurs accélération.
- Q11. Tracer sur un même graphique E_c , E_{pp} et E_m . Commenter.