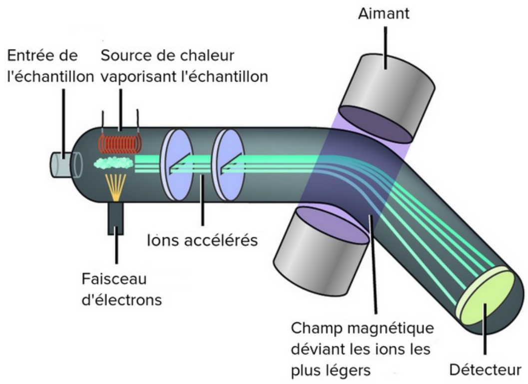
# Chapitre 10 : Mouvement de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques

La spectrométrie de masse est une méthode d'analyse physico-chimique permettant de détecter, d'identifier et de quantifier des atomes ou des molécules par mesure de leur masse. Son principe réside dans la séparation en phase gazeuse de molécules ou atomes chargés (ions) en fonction de leur rapport $\frac{m}{q}$ (masse \charge) par action d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Quels rôles jouent ces deux champs ?




## Plan du cours



| ## À savoir | **auto-éval.** |
|---|---|
| Exprimer la force de Lorentz qui s'exerce sur une particule chargée. | ☺ ☹ |
| Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée plongée dans un champ électrique uniforme et permanent. | ☺ ☹ |
| Citer quelques applications du mouvement de particules chargées dans un champ électrique ou magnétique. | ☺ ☹ |

| ## À savoir faire | **auto-éval.** |
|---|---|
| Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles . | ☺ ☹ |
| Montrer qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut seulement courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule. | ☺ ☹ |
| Établir l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée plongée dans un champ électrique uniforme et permanent. | ☺ ☹ |
| Établir l'équation différentielle du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme et permanent et montrer que le vecteur accélération est constant. | ☺ ☹ |
| Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel. | ☺ ☹ |
| Montrer qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule. | ☺ ☹ |

# I Force de Lorentz

## I.1 Expression de la force de Lorentz

### Définition

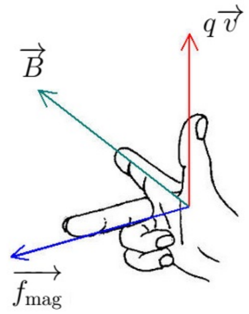
**Force de Lorentz :** Une particule chargée de charge électrique $q$ soumise à un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et à un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ subit une action mécanique, modélisée par la force de Lorentz :

$$\overrightarrow{f_L} = q\left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right)$$

avec :
- $q$ = charge de la particule, en coulomb (C)
- $\overrightarrow{E}$ = champ électrique en $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$
- $\overrightarrow{v}$ = vitesse de la particule dans le référentiel d'étude, en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
- $\overrightarrow{B}$ = champ magnétique en tesla (T)

### Remarques

- La force de Lorentz n'existe pas pour une particule neutre.
- $\overrightarrow{E}$, $\overrightarrow{B}$, $\overrightarrow{v}$ dépendent du référentiel.
- La composante électrique $\overrightarrow{f_{\text{él}}} = q\overrightarrow{E}$ est alignée avec le champ électrique $\overrightarrow{E}$ (de même sens si la charge $q$ de la particule est positive, de sens opposée si $q$ est négative).
- La composante magnétique $\overrightarrow{f_{\text{mag}}}$ étant définie par le produit vectoriel $q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$, elle est perpendiculaire à la fois à $\overrightarrow{v}$ et à $\overrightarrow{B}$. On utilise la règle de la main droite pour trouver sa direction et son sens :




Comme $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$, $\overrightarrow{f_{\text{mag}}}$ change de sens lorsque le signe de la charge de la particule change.

**Ordres de grandeur de champs électriques :**

| Dispositif | Valeur du champ |
|---|---|
| Tube fluorescent | $10\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ |
| Antenne relais téléphonie | $50\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ |
| Atmosphère par temps orageux | $1 \times 10^{4}\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ |
| Champ disruptif de l'air (foudre) | $3 \times 10^{6}\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ |
| Vu par l'électron dans un atome | $1 \times 10^{12}\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ |

### Exercice de cours (A)

Un proton (de masse $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, de charge $q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C) est placé dans un champ électrique de norme $\left\|\overrightarrow{E}\right\| = 1\,\mathrm{kV{\cdot}m^{-1}}$. Comparer son poids à la force électrique qu'il subit. Conclure.

**Ordres de grandeur de champs magnétiques :**

| Dispositif | Valeur du champ |
|---|---|
| À la surface de la Terre | $5 \times 10^{-5}$ T |
| Aimant permanent usuel | 0,1 à 1 T |
| Bobines pour IRM | 3 T |

### Exercice de cours (B)

Un proton se déplace à la vitesse $v = 1 \times 10^{6}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ dans un champ magnétique de norme $\left\|\overrightarrow{B}\right\| = 1\,\mathrm{mT}$. Comparer son poids à la force magnétique qu'il subit. Conclure.

### Exercice de cours (C)

Un électron de masse $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg se déplace à la vitesse de $3 \times 10^{7}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ orthogonal au vecteur vitesse de l'électron et peu intense, de norme 0,1 T. Déterminer la norme du champ électrique qu'il faudrait pour obtenir une composante électrique de la force de Lorentz du même ordre de grandeur que la composante du champ magnétique.
Conclure sur l'efficacité d'un champ magnétique pour dévier des particules chargées allant à grande vitesse.

### Hypothèses de travail

Dans l'étude du mouvement d'une particule dans un champ électromagnétique, le poids et les frottements seront négligés devant la force de Lorentz. (Les expériences mettant en jeu des particules chargées dans un champ électrique ou magnétique se déroulent dans une enceinte où on a fait le vide pour éviter les chocs entre les particules chargées et les molécules d'air.)

## I.2 Effets des champs électriques et magnétiques sur le mouvement de la particule

### Démonstration

Exprimer la puissance de la composante électrique de la force de Lorentz, puis appliquer le théorème de la puissance cinétique.
Conclure sur l'effet de la composante électrique sur l'énergie cinétique et donc sur la norme de la vitesse.

### Démonstration

Exprimer la puissance de la composante magnétique de la force de Lorentz, puis appliquer le théorème de la puissance cinétique.
Conclure sur l'effet de la composante magnétique sur l'énergie cinétique et donc sur la norme de la vitesse.

### Propriétés

**Effet du champ électrique :**
Un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée. La composante électrique de la force de Lorentz peut agir à la fois sur la norme et sur la direction de la vitesse : elle peut dévier les particules chargées, et peut aussi les accélérer ou les freiner.

**Effet du champ magnétique :**
Un champ magnétique ne peut pas modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée : le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique est donc uniforme. La force magnétique ne peut agir que sur la direction du mouvement : elle peut modifier la trajectoire. Son rôle sera de dévier les particules chargées et ainsi de les guider ou de les confiner dans certaines régions de l'espace.

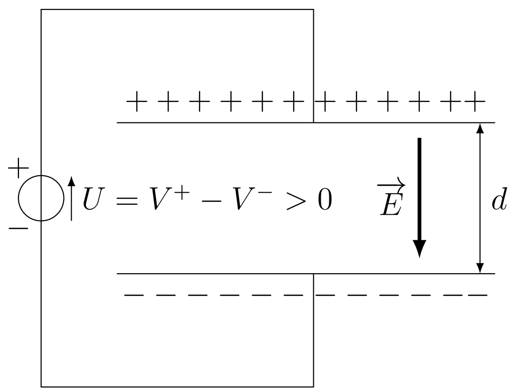
# II Mouvement dans un champ électrique uniforme

## II.1 Champ électrique dans un condensateur plan

### Définition

- À l'intérieur d'un condensateur plan constitué de deux armatures planes dont la taille est grande devant la distance les séparant, soumis à une différence de potentiel $U$ règne un champ électrique uniforme (indépendant de la position) et permanent (indépendant du temps).

- Le champ électrique $\overrightarrow{E}$ a les caractéristiques :
  - direction : perpendiculaire aux deux armatures
  - sens : de l'armature de potentiel le plus élevé (armature chargée positivement) vers celle de potentiel le plus faible (armature chargée négativement)
  - norme : $E = \dfrac{U}{d}$



## II.2 Trajectoire

### Exercice de cours (D)

Une particule chargée de charge $q$ est placée à l'intérieur d'un condensateur plan où règne un champ électrique $\overrightarrow{E}$ uniforme et permanent.

Q1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la particule chargée étudiée.
Que peut-on dire de son vecteur accélération ?

On positionne l'origine du repère à la position initiale de la particule, et l'axe $(Ox)$ dans la direction et le sens du champ électrique : $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_x}$.
Le vecteur vitesse initial fait un angle $\alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ avec le champ électrique et est contenu dans le plan $(Oxy)$.

Q2. En déduire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$.

Q3. En déduire l'équation $x(y)$ de la trajectoire.

Q4. Tracer l'allure de la trajectoire, on distinguera le cas $q > 0$ et le cas $q < 0$.

Q5. Que se passe-t-il si $\alpha = 0$ ?

### Propriété

La trajectoire suivie par une particule placée dans un champ électrique est une portion de parabole ou une droite si la vitesse initiale est nulle ou parallèle au champ électrique.

## II.3 Énergie potentielle électrostatique

### Définition

**Énergie potentielle électrostatique $E_{\text{p,él}}$ :**
L'énergie potentielle électrostatique $E_{\text{p,él}}$ d'une particule placée dans un champ électrique uniforme s'écrit :

$$E_{\text{p,élec}} = q(-\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{OM} + K) \qquad \text{avec} \qquad K \text{ une constante}$$

En choisissant l'axe $(Ox)$ dans la direction de $\overrightarrow{E}$ (soit $\overrightarrow{E} = E_x\overrightarrow{u_x}$), on obtient :

$$E_{\text{p,élec}} = qx(-E_x + K) \qquad \text{avec} \qquad K \text{ une constante}$$

### Démonstration

En suivant la méthode vue au chapitre 9, retrouver l'expression de l'énergie potentielle électrique.

### Définition

**Potentiel électrostatique (électrique) $V$ :**
On définit le potentiel électrostatique en $M$ par :

$$V(M) = \frac{E_{\text{p,élec}}(M)}{q} \quad \Leftrightarrow \quad E_{\text{p,élec}}(M) = qV(M)$$

où $E_{\text{p,élec}}(M)$ est l'énergie potentielle d'une particule chargée de charge $q$ placée en $M$ où règne le champ électrique $\overrightarrow{E}$ uniforme et permanent.

En choisissant l'axe $(Ox)$ dans la direction de $\overrightarrow{E}$ (soit $\overrightarrow{E} = E_x\overrightarrow{u_x}$), on obtient :

$$V(M) = -xE_x + K \qquad \text{avec} \qquad K \ \text{ une constante}$$

## II.4 Conservation de l'énergie mécanique

### Propriété

La force électrique étant conservative, d'après le théorème de l'énergie mécanique appliqué à la particule de charge $q$ placée dans le champ $\overrightarrow{E}$, on a :

$$E_\text{m} = E_\text{c} + E_{\text{p,élec}} = \frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{constante}$$

que l'on peut écrire entre l'instant initial (noté $i$) et l'instant final (noté $f$) :
$E_{\text{c},i} + E_{\text{p,élec},i} = E_{\text{c},f} + E_{\text{p,élec},f}$ soit : $E_{\text{c},f} - E_{\text{c},i} = -(E_{\text{p,élec},f} - E_{\text{p,élec},i})$. On a donc :

$$\Delta E_\text{c} = -q\Delta V$$

### Remarques

- Si $q > 0$ la particule est accélérée par une différence de potentiel $\Delta V < 0$ et freinée par une différence de potentiel $\Delta V > 0$.
- Si $q < 0$ la particule est accélérée par une différence de potentiel $\Delta V > 0$ et freinée par une différence de potentiel $\Delta V < 0$.
- dans le cas où $v_i = 0$ (particule immobile à l'instant initial), on a $v_f = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ où la différence de potentiel $U$ est appelée tension accélératrice.
- La formule $\Delta E_\text{c} = -q\Delta V$ montre que le produit d'une charge par une différence de potentiel est homogène à une énergie. On définit ainsi l'électron-Volt comme le produit de la valeur absolue charge de l'électron par le Volt. Cette nouvelle unité d'énergie vaut $1\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J. Un électron ou un proton initialement au repos et accéléré sous une tension de 1 V acquiert une énergie cinétique de 1 eV.

### Exercice de cours Ⓔ

Déterminer la tension accélératrice maximale à imposer à un électron initialement au repos, afin de rester dans le cadre de la mécanique classique ($v < 0,1c$).

# III Mouvement dans un champ magnétique

## III.1 Conservation de l'énergie cinétique

Comme montré dans la partie I.2, la composante magnétique de la force de Lorentz ne modifie pas la vitesse de la particule : il y a conservation de l'énergie cinétique, le mouvement est **uniforme**.

## III.2 Observations expérimentales de trajectoires

On s'intéresse dans cette partie au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique seul, uniforme et stationnaire. On se limite au cas où la vitesse initiale de la particule est perpendiculaire au champ $\overrightarrow{B}$.

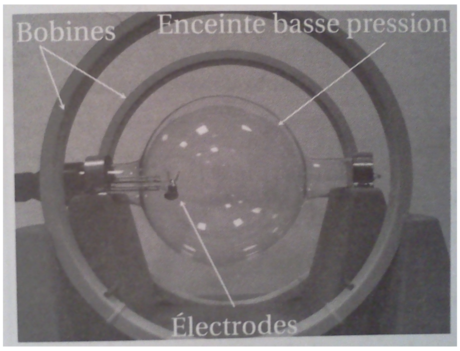
### Expérience de cours

liens : `https://www.youtube.com/watch?v=2UFi--B0ipU` et `https://www.youtube.com/watch?v=orsMYomjwIw` On considère le dispositif expérimental constitué d'une cathode chauffée (à environ 1000 °C) émettant des électrons dans une enceinte où l'air est à une pression très faible.

Le mouvement de ces électrons est mis en évidence par la lumière bleutée émise par les atomes de gaz qu'ils excitent en le rencontrant. On peut :

— créer un champ électrique intense, en alimentant une paire d'électrodes, située dans l'enceinte, avec des hautes tensions (de l'ordre du kV), qui permet d'accélérer les électrons ;

— créer un champ magnétique dans l'axe des deux bobines, en faisant circuler un courant (d'intensité de quelques ampères) dans une paire de grandes bobines.



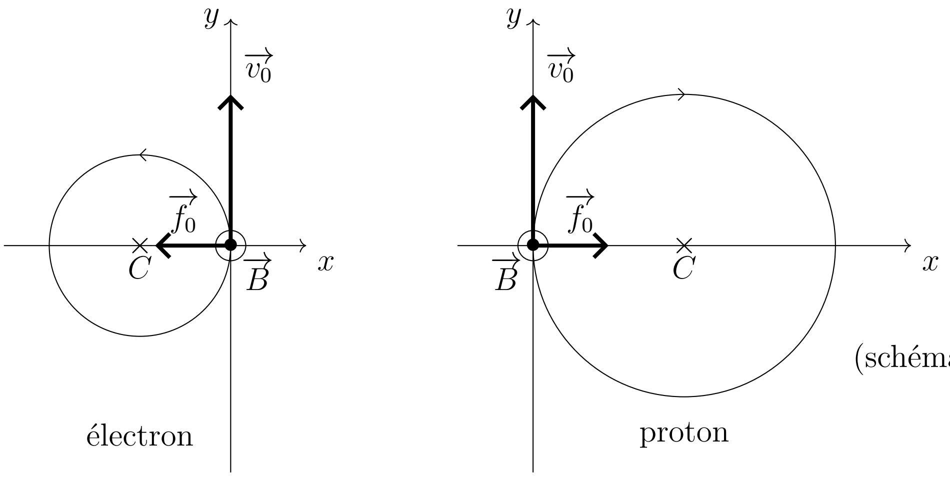

Q1. Qu'observe-t-on en présence d'un champ magnétique parallèle à la vitesse des électrons ?

Q2. Qu'observe-t-on en présence d'un champ magnétique orthogonal à la vitesse des électrons ?

Q3. Quel est l'effet de l'augmentation de la valeur du champ magnétique sur la trajectoire ?

## III.3 Rayon de la trajectoire circulaire

Lorsque leur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ est orthogonale à $\overrightarrow{B}$, la trajectoire des particules est circulaire dans un plan perpendiculaire à $\overrightarrow{B}$ et contenant $\overrightarrow{v_0}$. Le sens de parcours et la position du centre de la trajectoire dépendent du signe de la charge :




(schémas sans soucis d'échelle)

## Démonstration

Choisissons l'axe $(Oy)$ dans le sens du vecteur vitesse initial $\left(\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_y} \text{ avec } v_0 > 0\right)$ et l'axe $(O'z)$ dans le sens du vecteur champ magnétique $\left(\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}, \text{ avec } B > 0\right)$.
La particule se trouve initialement en $O$. Le centre du cercle est noté $C$.
Dans quel plan a lieu le mouvement ? Quel système de coordonnées est adapté à la description du mouvement ?

Compte tenu de la nature du mouvement, exprimer les vecteurs vitesse et accélération en fonction de $v_0$, $R$, $\overrightarrow{u_\theta}$ et $\overrightarrow{u_r}$.

Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la particule chargée (masse $m$, charge $q$).

Pour la suite de la démonstration, on raisonne en normes et non en composantes de vecteurs, car le vecteur vitesse initial peut être orienté selon $\overrightarrow{u_\theta}$ ou $-\overrightarrow{u_\theta}$.
Déterminer le rayon de la trajectoire en fonction de $v_0$, $q$, $B$ et $m$.

Étudier l'homogénéité de l'expression trouvée.

Déterminer l'influence des différents paramètres sur la valeur du rayon.

Dans quel sens est déviée la particule chargée à son entrée dans le champ magnétique ? Dépend-il du signe de la charge $q$ de la particule chargée ? S'aider de schémas.

**Définition**

**Pulsation cyclotron :** Une particule de charge $q$, de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ perpendiculaire à un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$ suit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire $\omega_C = \dfrac{|q|B}{m}$ appelée pulsation cyclotron.
Le rayon du cercle est $R = \dfrac{mv_0}{|q|B}$.