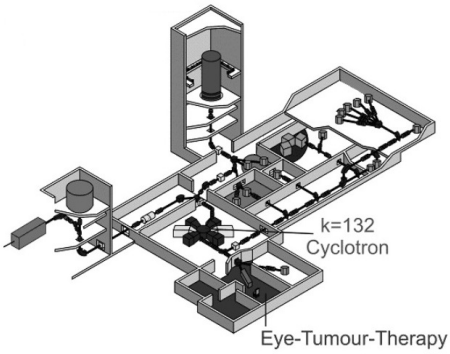
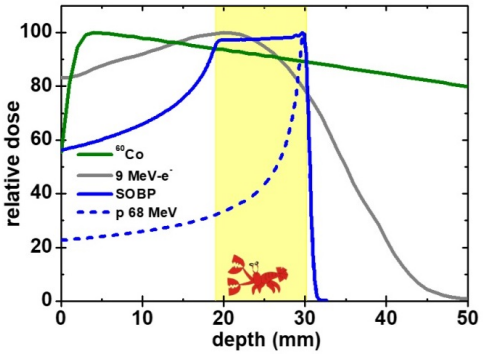
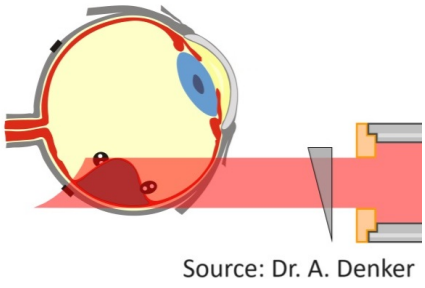
Chapitre 10 : Mouvement de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques

Le mouvement des particules chargées dans un champ électrique et/ou magnétique est particulièrement important car un grand nombre d'applications l'utilisent, aussi bien en recherche fondamentale pour étudier les particules élémentaires, que dans des domaines très appliqués comme la médecine, les technologies d'affichage, l'authentification d'œuvres d'art, etc. Quels rôles jouent ces deux champs ?
Ci-dessous : utilisation d'un cyclotron pour traiter des tumeurs avec des protons 68 MeV → III.4 .







Plan du cours

I Force de Lorentz **2**
I.1 Mise en évidence 2
I.2 Expression de la force de Lorentz 3
I.3 Effets des champs sur le mouvement 5

II Mouvement dans un champ $\vec{E}$ uniforme **6**
II.1 Champ électrique dans un condensateur plan 6
II.2 Trajectoire 6
II.3 Énergie potentielle électrostatique 7
II.4 Conservation de l'énergie mécanique 7
II.5 Exemple d'application : le casque Top Owl® . 8

III Mouvement dans un champ $\vec{B}$ uniforme **11**
III.1 Conservation de l'énergie cinétique 11
III.2 Observations expérimentales de trajectoires . 11
III.3 Rayon de la trajectoire circulaire 11
III.4 Exemple d'application : la protonthérapie . . 14

À savoir	
Exprimer la force de Lorentz qui s'exerce sur une particule chargée.	I.2
Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée plongée dans un champ électrique uniforme et permanent.	II.3
Citer quelques applications du mouvement de particules chargées dans un champ électrique ou magnétique.	II.5 III.4

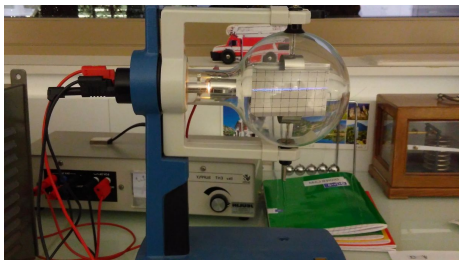
À savoir faire	
Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles .	I.2 **TD3** Ⓐ Ⓑ Ⓒ
Montrer qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule.	I.3 **TD2**
Établir l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée plongée dans un champ électrique uniforme et permanent.	II.3 **TD3**
Établir l'équation différentielle du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme et permanent et montrer que le vecteur accélération est constant.	II.2 II.5 **TD3**
Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.	I.3 II.4 III.4 **TD2**
Montrer qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire, mais ne fournit pas d'énergie à la particule.	I.3 **TD3,4**

I Force de Lorentz

I.1 Mise en évidence

Expérience de cours

https://www.youtube.com/watch?v=8WEmR5tPpOo



Q1. Quelle est la trajectoire du faisceau d'électrons en absence de champ électrique ou magnétique ?

Q2. Quelle est la trajectoire du faisceau d'électrons en présence d'un champ électrique orthogonal à la direction du faisceau d'électrons dirigé vers le haut ? Que peut-on en déduire ?

Q3. Comment inverser le sens du champ électrique ?

Q4. Quelle en est alors la conséquence sur le mouvement des électrons ?

Q5. Quelle est la trajectoire du faisceau d'électrons en présence d'un champ magnétique orthogonal à la direction du faisceau ($\otimes$ $\vec{B}$ sur la photo) ? Que peut-on en déduire ?

Q6. Comment inverser le sens du champ magnétique ($\odot$ $\vec{B}$ sur la photo) ?

Q7. Quelle en est alors la conséquence sur le mouvement des électrons ?

Q8. Quelle est la trajectoire du faisceau d'électrons en présence d'un champ magnétique orienté dans la direction du faisceau d'électrons ? Que peut-on en déduire ?

I.2 Expression de la force de Lorentz

Définition

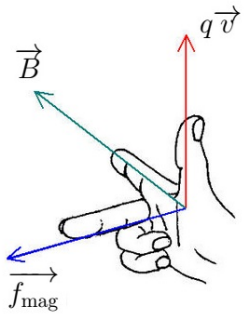
Force de Lorentz : Une particule chargée de charge électrique q soumise à un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et à un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ subit une action mécanique, modélisée par la force de Lorentz :

$$\overrightarrow{f_L} = q\left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right)$$

avec :
- q = charge de la particule, en coulomb (C)
- $\overrightarrow{E}$ = champ électrique en $\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$
- $\overrightarrow{v}$ = vitesse de la particule dans le référentiel d'étude, en $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
- $\overrightarrow{B}$ = champ magnétique en tesla (T)

Remarques

- La force de Lorentz n'existe pas pour une particule neutre.
- $\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{v}$ dépendent du référentiel.
- La composante électrique $\overrightarrow{f_{\text{él}}} = q\overrightarrow{E}$ est alignée avec le champ électrique $\overrightarrow{E}$ (de même sens si $q > 0$, de sens opposé si $q < 0$).
- La composante magnétique $\overrightarrow{f_{\text{mag}}}$ étant définie par le produit vectoriel $q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$, elle est perpendiculaire à la fois à $\overrightarrow{v}$ et à $\overrightarrow{B}$. On utilise la règle de la main droite pour trouver sa direction et son sens :



- Comme $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$, $\overrightarrow{f_{\text{mag}}}$ change de sens lorsque le signe de la charge de la particule change.

Ordres de grandeur :

Dispositif	$\|\overrightarrow{E}\|$ en $\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$
Tube fluorescent	10
Antenne relais téléphonie	10^2
Atmosphère par temps orageux	10^4
Champ disruptif de l'air (foudre)	10^6
Vu par l'électron dans un atome	10^{12}

Dispositif	$\|\overrightarrow{B}\|$ en T
Champ magnétique terrestre à la surface de la Terre	10^{-4}
Aimant permanent usuel	10^{-1}
Bobines pour IRM	1

Exercice de cours Ⓐ

Un proton (de masse $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, de charge $q = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$) est placé dans un champ électrique de norme $\left\|\overrightarrow{E}\right\| = 1\,\text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$. Comparer son poids à la force électrique qu'il subit. Conclure.

Exercice de cours Ⓑ

Un proton se déplace à la vitesse $v = 5 \times 10^4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans un champ magnétique de norme $\left\|\overrightarrow{B}\right\| = 1\,\text{mT}$. Comparer son poids à la force magnétique qu'il subit. Conclure.

Exercice de cours Ⓒ

Un électron (de masse $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$) se déplace à la vitesse de $3 \times 10^7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ orthogonal au vecteur vitesse de l'électron et peu intense, de norme $0{,}1\,\text{T}$. Déterminer la norme du champ électrique qu'il faudrait pour obtenir une composante électrique de la force de Lorentz du même ordre de grandeur que la composante du champ magnétique.
Conclure sur l'efficacité d'un champ magnétique pour dévier des particules chargées allant à grande vitesse.

Hypothèses de travail

Dans l'étude du mouvement d'une particule dans un champ électromagnétique, le poids et les frottements seront négligés devant la force de Lorentz.
Les expériences mettant en jeu des particules chargées dans un champ électrique ou magnétique se déroulent dans une enceinte où on a fait le vide pour éviter les chocs entre les particules chargées et les molécules d'air.

I.3 Effets des champs électriques et magnétiques sur le mouvement de la particule

Démonstration

Exprimer la puissance de la composante électrique de la force de Lorentz, puis appliquer le théorème de la puissance cinétique.
Conclure sur l'effet de la composante électrique sur l'énergie cinétique et donc sur la norme de la vitesse.

Démonstration

Exprimer la puissance de la composante magnétique de la force de Lorentz, puis appliquer le théorème de la puissance cinétique.
Conclure sur l'effet de la composante magnétique sur l'énergie cinétique et donc sur la norme de la vitesse.

Propriétés

Effet du champ électrique :
Un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée. La composante électrique de la force de Lorentz peut agir à la fois sur la norme et sur la direction de la vitesse : elle peut dévier les particules chargées, et peut aussi les accélérer ou les freiner.

Effet du champ magnétique :
Un champ magnétique ne peut pas modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée : le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique est donc uniforme. La force magnétique ne peut agir que sur la direction du mouvement : elle peut modifier la trajectoire. Son rôle sera de dévier les particules chargées et ainsi de les guider ou de les confiner dans certaines régions de l'espace.

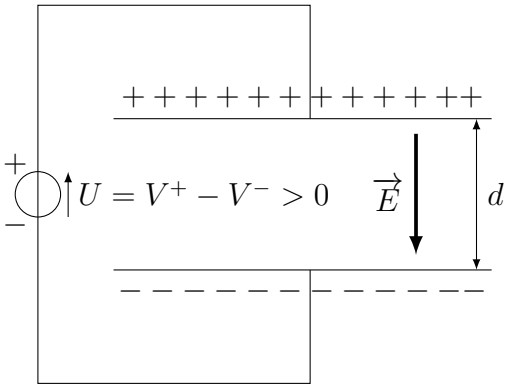
II Mouvement dans un champ électrique uniforme

II.1 Champ électrique dans un condensateur plan

Définition

— À l'intérieur d'un condensateur plan constitué de deux armatures planes de grande taille devant la distance les séparant, soumis à une différence de potentiel U règne un champ électrique uniforme (indépendant de la position) et permanent (indépendant du temps).

— Caractéristiques du champ électrique $\vec{E}$ dans un condensateur plan :
- direction : perpendiculaire aux deux armatures
- sens : de l'armature de potentiel le plus élevé (armature chargée positivement) vers celle de potentiel le plus faible (armature chargée négativement)
- norme : $E = \dfrac{U}{d}$



II.2 Trajectoire

Propriété

D'après le principe fondamental de la dynamique, le vecteur accélération d'une particule de masse m et de charge q placée dans un champ électrique $\vec{E}$ uniforme est constante :

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Sa trajectoire est donc une portion de parabole, ou une droite si la vitesse initiale est nulle ou parallèle au champ électrique (→ chapitre 7).

Application → II.5

II.3 Énergie potentielle électrostatique

Démonstration

En suivant la méthode vue au chapitre 9, établir l'expression de l'énergie potentielle électrostatique.

Définition

Énergie potentielle électrostatique $E_{\text{p,él}}$ d'une particule dans $\vec{E}$ uniforme :

$$E_{\text{p,élec}} = q(-\vec{E} \cdot \overrightarrow{OM}) + K \qquad \text{avec} \qquad K \text{ une constante}$$

En choisissant l'axe (Ox) dans la direction de $\vec{E}$ (soit $\vec{E} = E_x\vec{u_x}$), on obtient :

$$E_{\text{p,élec}} = q(-xE_x) + K \qquad \text{avec} \qquad K \text{ une constante}$$

Définition

Potentiel électrostatique (électrique) V en M :

$$V(M) = \frac{E_{\text{p,élec}}(M)}{q} \quad \Leftrightarrow \quad E_{\text{p,élec}}(M) = qV(M)$$

où $E_{\text{p,élec}}(M)$ est l'énergie potentielle d'une particule chargée de charge q placée en M où règne le champ électrique $\vec{E}$ uniforme et permanent.

En choisissant l'axe (Ox) dans la direction de $\vec{E}$ (soit $\vec{E} = E_x\vec{u_x}$), on obtient :

$$V(M) = -xE_x + K \qquad \text{avec} \qquad K \text{ une constante}$$

II.4 Conservation de l'énergie mécanique

Propriété

La force électrique étant conservative, le théorème de l'énergie mécanique appliqué à la particule de charge q placée dans le champ $\vec{E}$, donne :

$$E_{\text{m}} = E_{\text{c}} + E_{\text{p,élec}} = \frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{constante}$$

que l'on peut écrire entre l'instant initial (noté i) et l'instant final (noté f) :
$E_{\text{c},i} + E_{\text{p,élec},i} = E_{\text{c},f} + E_{\text{p,élec},f}$ soit : $E_{\text{c},f} - E_{\text{c},i} = -(E_{\text{p,élec},f} - E_{\text{p,élec},i})$. On a donc :

$$\Delta E_{\text{c}} = -q\Delta V$$

Remarques

- Si $q > 0$ la particule est accélérée par une différence de potentiel $\Delta V < 0$ et freinée par une différence de potentiel $\Delta V > 0$.
- Si $q < 0$ la particule est accélérée par une différence de potentiel $\Delta V > 0$ et freinée par une différence de potentiel $\Delta V < 0$.
- Dans le cas où $v_i = 0$ (particule immobile à l'instant initial), on a $v_f = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ où la différence de potentiel U est appelée tension accélératrice.
- La formule $\Delta E_c = -q\Delta V$ montre que le produit d'une charge par une différence de potentiel est homogène à une énergie. On définit ainsi l'électron-Volt comme le produit de la valeur absolue charge de l'électron par le Volt. Cette nouvelle unité d'énergie vaut $1\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J. Un électron ou un proton initialement au repos et accéléré sous une tension de 1 V acquiert une énergie cinétique de 1 eV.

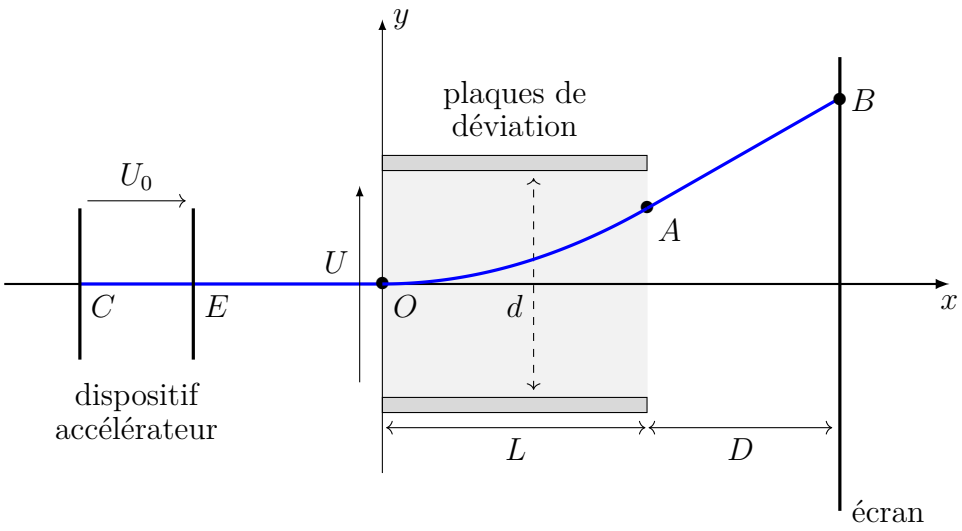
II.5 Exemple d'application : le tube cathodique dans le casque Top Owl®

Le tube cathodique, mis au point au début du XX^{e} siècle a été exploité depuis les années 1920, notamment pour l'oscilloscope, l'écran de télévision et le moniteur informatique avant l'avènement des technologies numériques et des écrans LCD. Aujourd'hui, il est encore utilisé dans des appareils optiques militaires comme les casques Top Owl®, dans lesquels, deux tubes cathodiques latéraux délivrent une « image » lumineuse qui est ensuite projetée sur la visière du casque. Comment le tube cathodique permet-il de commander l'affichage sur un écran ?

Étude simplifiée d'un tube cathodique

Un tube cathodique est un dispositif constitué d'un canon à électrons produisant un faisceau d'électrons, d'un dispositif de déviation du faisceau électronique et d'un écran fluorescent émettant de la lumière à l'endroit où il est frappé par le faisceau d'électrons.

Un faisceau d'électrons émis en un point C, avec une vitesse quasi nulle, est accéléré par une tension U_0 entre les points C et E situés sur un axe (Ox). Puis il pénètre en O, avec la vitesse $v_0\overrightarrow{e_x}$ dans le champ électrique $\overrightarrow{E}$ supposé uniforme régnant entre deux plaques parallèles métalliques, symétriques par rapport au plan (Oxz), de longueur L et séparées par une distance d. Le champ est créé par une tension U appliquée entre ces plaques.
Le faisceau sort en A de la zone où règne le champ, puis il atteint finalement l'écran en un point B (spot lumineux). L'écran est à la distance D de la sortie de la zone de champ électrique.



Q1. (a) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_E - V_C$, puis en déduire celui de U_0.

(b) Calculer, en fonction de U_0, la norme v_0 de la vitesse au point O d'un électron, de masse m et de charge $-e$.
Données : $U_0 = 1000\,\mathrm{V}$; $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Q2. Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre O et A. En déduire l'ordonnée y_A du point de sortie A.

Q3. (a) Quel est la nature du mouvement d'un électron entre A et B, où ne règne aucun champ électrique ou magnétique ?

(b) Déterminer l'équation de cette trajectoire et montrer que l'ordonnée y_B du spot est proportionnelle à la tension U appliquée.

III Mouvement dans un champ magnétique

On s'intéresse au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique seul, uniforme et stationnaire. On se limite au cas où la vitesse initiale de la particule est perpendiculaire au champ $\overrightarrow{B}$.

III.1 Conservation de l'énergie cinétique

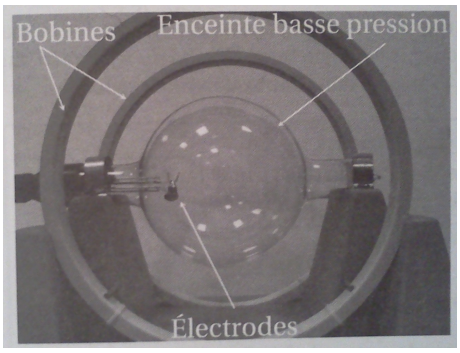
Comme montré dans la partie I.3, la composante magnétique de la force de Lorentz ne modifie pas la vitesse de la particule : il y a conservation de l'énergie cinétique, le mouvement est **uniforme**.

III.2 Observations expérimentales de trajectoires

Expérience de cours

On considère le dispositif expérimental constitué d'une cathode chauffée (à environ 1000 °C) émettant des électrons dans une enceinte où l'air est à une pression très faible.
lien vers la vidéo de l'expérience : `https://www.youtube.com/watch?v=2UFi--BOipU` et `https://www.youtube.com/watch?v=orsMYomjwIw`
Le mouvement de ces électrons est mis en évidence par la lumière bleutée émise par les atomes de gaz qu'ils excitent en le rencontrant. On peut :

- créer un champ électrique intense, en alimentant une paire d'électrodes, située dans l'enceinte, avec des hautes tensions (de l'ordre du kV), qui permet d'accélérer les électrons ;
- créer un champ magnétique dans l'axe des deux bobines, en faisant circuler un courant (d'intensité de quelques ampères) dans une paire de grandes bobines.



Q1. Qu'observe-t-on en présence d'un champ magnétique parallèle à la vitesse des électrons ?

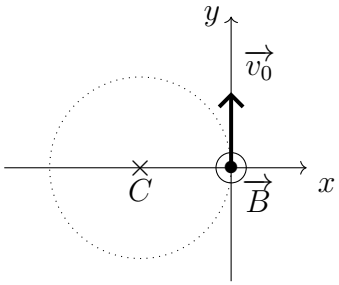
Q2. Qu'observe-t-on en présence d'un champ magnétique orthogonal à la vitesse des électrons ?

Q3. Quel est l'effet de l'augmentation de la valeur du champ magnétique sur la trajectoire ?

III.3 Rayon de la trajectoire circulaire

Démonstration

Choisissons l'axe (Oy) dans le sens du vecteur vitesse initial $\left(\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_y} \text{ avec } v_0 > 0\right)$ et l'axe (Oz) dans le sens du vecteur champ magnétique $\left(\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}, \text{ avec } B > 0\right)$.
La particule se trouve initialement en O. Le centre du cercle est noté C.
Dans quel plan a lieu le mouvement ?



Compte tenu de la nature du mouvement, quel système de coordonnées est judicieux ? Exprimer les vecteurs vitesse et accélération en fonction de v_0, R, et des vecteurs de la base.

Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la particule chargée (masse m, charge q).

Déterminer le rayon de la trajectoire en fonction de v_0, q, B et m.

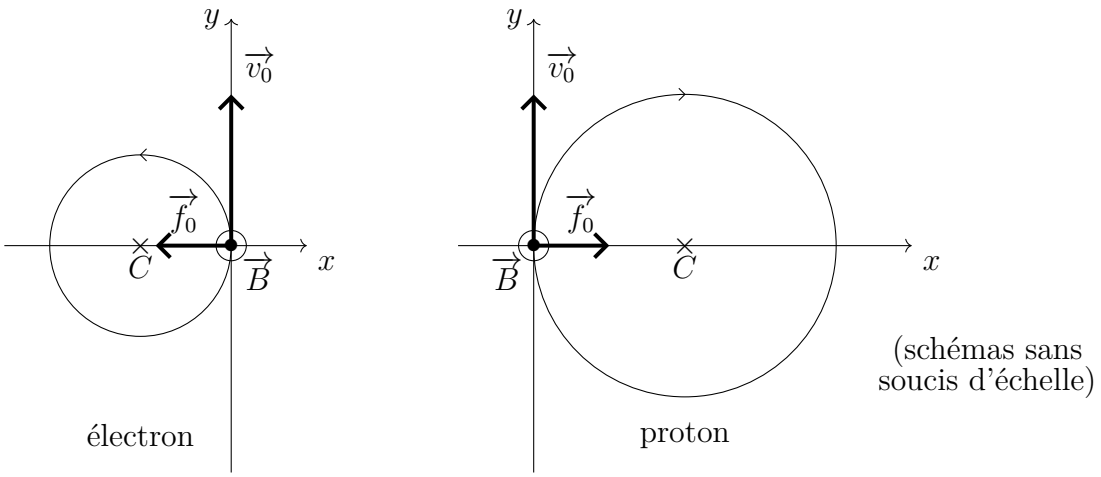
Étudier l'homogénéité de l'expression trouvée.

Déterminer l'influence des différents paramètres sur la valeur du rayon.

Dans quel sens est déviée la particule chargée à son entrée dans le champ magnétique ? Dépend-il du signe de la charge q de la particule chargée ?

Propriété

Trajectoire d'une particule chargé dans un champ magnétique uniforme :
Lorsque sa vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ est orthogonale à $\overrightarrow{B}$, la trajectoire d'une particule de charge q est circulaire dans un plan perpendiculaire à $\overrightarrow{B}$ et contenant $\overrightarrow{v_0}$. Le sens de parcours et la position du centre de la trajectoire dépendent du signe de q :



Pulsation cyclotron :
Une particule de charge q, de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ perpendiculaire à un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$ suit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire :

$$\omega_C = \frac{|q|B}{m} \qquad \text{appelée pulsation cyclotron}$$

Le rayon du cercle est $R = \dfrac{mv_0}{|q|B}$.

Remarque

Lorsque $\overrightarrow{B}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas orthogonaux, on peut décomposer le vecteur vitesse en la somme d'une composante parallèle au champ magnétique et une composante qui lui est orthogonale, que l'on note $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_{\parallel} + \overrightarrow{v}_{\perp}$. On peut alors montrer que $\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{B}$ est constant :

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{v}_{\parallel} =$ vecteur constant ; $\quad \|\overrightarrow{v}_{\perp}\| =$ constante ; $\quad vB\cos\theta =$ constante
(avec $\theta =$ angle entre $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{B}$)

III.4 Exemple d'application : le cyclotron pour la protonthérapie

Il existe plusieurs types d'accélérateurs, dont certains comme le synchrotron et le cyclotron utilisent un champ magnétique. Quel est l'intérêt d'utiliser le champ magnétique pour produire des particules de haute énergie alors que le champ $\overrightarrow{B}$ ne modifie pas leur vitesse ?

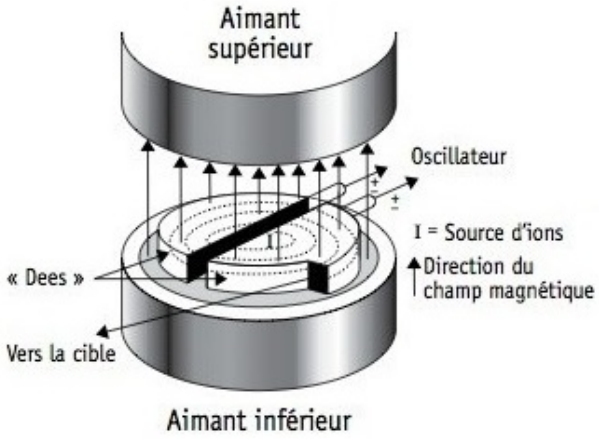
En plus de leur intérêt en physique fondamentale pour sonder la matière et étudier les propriétés des particules, les accélérateurs de particules ont également des applications dans d'autres domaines, comme la médecine. Nous allons étudier le cyclotron, un accélérateur utilisant un champ magnétique uniforme pour accélérer des particules. En Europe, on compte plus de 200 cyclotrons à usage médical total ou partiel. Un exemple de traitement réalisé grâce à un cyclotron est la protonthérapie, qui consiste à irradier des tumeurs avec des protons accélérés. `https://www.youtube.com/watch?v=DzH1tR12NAA`

Citer 2 avantages de la protonthérapie par rapport aux autres formes de radiothérapies externes :

Quelle est la longueur du tube où circulent les protons dans ce cyclotron ?

Principe du cyclotron

Le premier cyclotron a été conçu vers 1930 par Ernest Orlando Lawrence, un physicien américain. Un cyclotron est constitué de deux dees (D) métalliques plongés dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$. Des ions issus d'une source située au centre de la machine sont accélérés une première fois sous une tension U vers un dee, où ils sont soumis au champ magnétique, qui les force à décrire un demi-cercle. Lorsqu'ils se présentent à nouveau dans l'intervalle entre le deux dés, la tension U a changé de signe, ce qui permet de les accélérer à nouveau. Arrivés dans le deuxième dee, ils y décrivent un demi-cercle de rayon supérieur (puisque leur vitesse est supérieure), et ainsi de suite. À chaque demi-tour, U est inversé et les ions sont accélérés un peu plus ce qui, dans le champ magnétique, les amène vers des trajectoires de plus en plus larges. Lorsqu'ils arrivent en périphérie, les ions sont extraits de la machine pour former le faisceau utile.



Représentation schématique d'un cyclotron (extrait de « Radiopharmacologie pour technologues en médecine nucléaire »)

Pour expliquer le principe de son accélérateur, Orlando Lawrence, son créateur, a imaginé et construit un modèle mécanique : `https://www.youtube.com/watch?v=cutKuFxeXmQ`

Dans ce dispositif mécanique, comment les billes accroissent-elles leur énergie cinétique ?

Quelle force joue le rôle de la composante magnétique de la force de Lorentz pour courber la trajectoire ?

Pourquoi peut-on considérer la vitesse des billes constante dans les portions de trajectoires circulaires ?

Que peut-on dire de la durée de parcours d'un demi-cercle par les différentes billes.

Simulation d'un cyclotron classique :
`https://virtuelle-experimente.de/en/b-feld/anwendung/sim-zyklotron.php`

Utiliser le simulateur pour tester l'effet d'une augmentation de $\|\overrightarrow{B}\|$ à ΔV constant :

$\|\overrightarrow{B}\|$	0,1 T	0,2 T	0,4 T
ΔV	2000 V	2000 V	2000 V
ΔE_c	keV	keV	keV
Δt	ns	ns	ns

Quel est l'effet d'une augmentation de l'intensité du champ magnétique sur l'énergie finale des protons ? Et sur le temps de trajet ? Expliquer qualitativement ces effets.

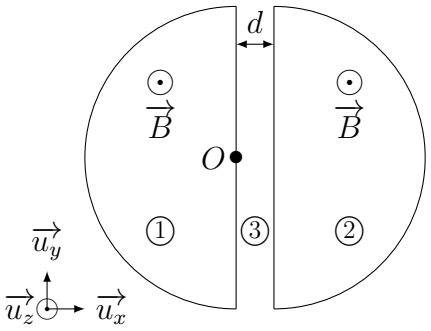
Utiliser le simulateur pour tester l'effet d'une augmentation de ΔV à $\|\overrightarrow{B}\|$ constant :

$\|\overrightarrow{B}\|$	0,2 T	0,2 T	0,2 T
ΔV	1000 V	2000 V	4000 V
ΔE_c	keV	keV	keV
Δt	ns	ns	ns

Quel est l'effet d'une augmentation de la différence de potentiel sur l'énergie finale des protons ? Et sur le temps de trajet ? Expliquer qualitativement ces effets.

Étude d'un cyclotron classique produisant des protons de 20 MeV

On s'intéresse à l'accélération d'un proton dans un cyclotron classique, constitué de deux dees D_1 (région ①) et D_2 (région ②), dans lesquelles règne un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$ ($B = 1{,}0\,\text{T}$).
Entre ces deux dees, une bande étroite de largeur d (région ③) est plongée dans un champ électrique alternatif. L'amplitude de la tension créneau générant le champ électrostatique entre les dees est $U_m = 2{,}5\,\text{kV}$.



Données :
masse du proton $m = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$
charge du proton $q = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{C}$
conversion d'unité : $1\,\text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{J}$

Q1. Justifier que le mouvement dans les dees est uniforme.

Q2. Exprimer le rayon de la trajectoire dans un dee en fonction de la vitesse v de la particule à l'entrée du dee.

Q3. Exprimer le temps mis pour parcourir un demi-tour dans un dee. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ? Calculer la valeur numérique.

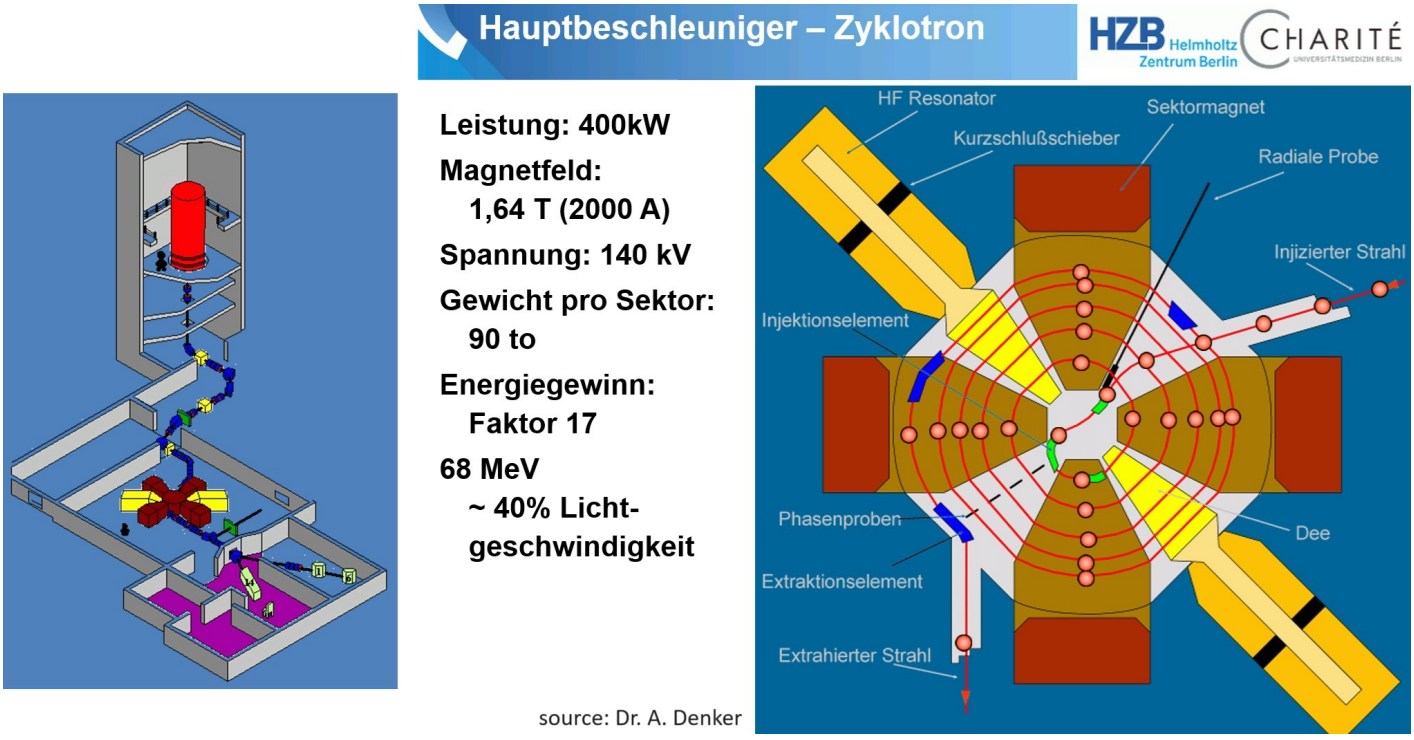
Q4. En déduire la fréquence f de la tension à appliquer entre les dees pour que le champ $\overrightarrow{E}$ accélère au mieux les protons (on considère que le temps de passage entre les deux dees est négligeable devant les autres temps). Cette fréquence est appelée fréquence cyclotron.

Q5. Exprimer, puis calculer numériquement (en joules, puis en électron-volts) l'augmentation d'énergie cinétique d'un proton à chaque accélération.

Q6. En considérant que la vitesse d'injection du proton en O est quasi nulle, calculer le nombre de tours que doit faire le proton dans le cyclotron ainsi que le temps nécessaire à cette opération.

Q7. Quel est le rayon du dernier arc de cercle parcouru par les protons lorsqu'ils ont atteint cette vitesse ?

Exemple du cyclotron de l'ISL au Hahn-Meitner Institute (Berlin)



« The ion beam laboratory ISL at the Hahn-Meitner-Institut Berlin (HMI) supplied light and heavy ion beams for research and applications in solid state physics, industry, and medicine. Since 1998, eye tumours are treated with 68 MeV protons in collaboration with the University Hospital Benjamin Franklin, now Charité - Campus Benjamin Franklin. » A. Denker, Eye tumor therapy in Berlin, *Proceedings of IPAC'10, Kyoto, Japan.*

Quelle est la vitesse des protons produits par ce cyclotron ? La mécanique classique s'applique-t-elle dans cette situation ?

Lorsque les protons ont une énergie supérieure à 20 MeV, il faut tenir compte des effets relativistes : la masse est multipliée par un facteur $\dfrac{1}{1-\sqrt{v^2/c^2}}$, ce qui entraîne une perte de l'isochronisme (même durée de parcours du demi-cercle pour toutes les particules). Pour garder une synchronisation entre le champ électrique accélérateur et la rotation des particules, la structure du cyclotron doit être adaptée $\Rightarrow$ cyclotron à secteurs.