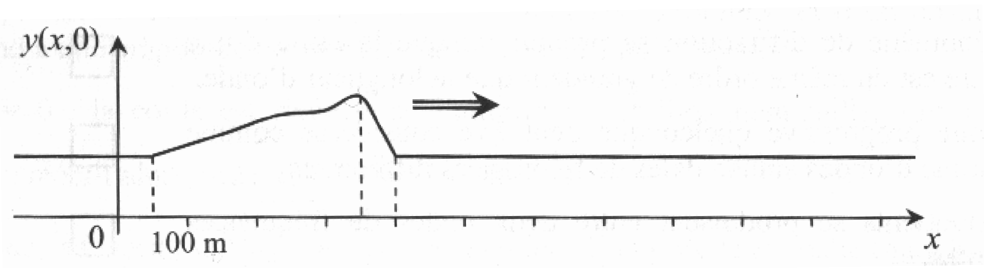
TD du chapitre 11

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Mascaret

Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, et provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante.
On considère ici un mascaret se déplaçant à la vitesse $c = 20\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ le long d'un fleuve rectiligne, et on définit un axe (Ox) dans la direction et le sens de propagation.

À l'instant $t_0 = 0$, le profil de niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :



Ci-dessus, photographie d'un mascaret à proximité du Mont Saint-Michel.

Q1. Faire un schéma du profil de niveau du fleuve à $t = 1{,}0\,\mathrm{min}$, en supposant que l'onde se propage sans déformation.

Q2. Un surfeur attend avec sa planche de surf à l'abscisse $x_S = 2{,}0\,\mathrm{km}$. À quel instant va-t-il recevoir la vague ?

Q3. Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_d = 1{,}4\,\mathrm{km}$. Dessiner l'allure des variations $y(x,t)$ en fonction de t.

Q4. En réalité, l'onde se déforme petit à petit car la vitesse de propagation augmente avec la profondeur. Comment évolue le profil de la vague ?

Exercice n°2 Reconnaître une onde progressive

Parmi les fonctions suivantes, identifier lesquelles représentent des ondes progressives unidimensionnelles, et préciser, le cas échéant, le sens de propagation et la célérité c.

Q1. $s_1(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi)$

Q2. $s_2(x,t) = A\cos(\omega t)\cos(kx)$

Q3. $s_3(x,t) = Ae^{-\left(\frac{x+ct}{\sigma}\right)^2}$

Q4. $s_4(x,t) = A\cos(\omega t - kx) + B\sin(\omega t + kx)$

Q5. $s_5(x,t) = A\cos(\omega t - kx) + B\sin(2\omega t - 2kx)$

Q6. $s_6(x,t) = A\sin(\omega t + kx)$

Q7. $s_7(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \dfrac{x}{2b}\right)\right]$

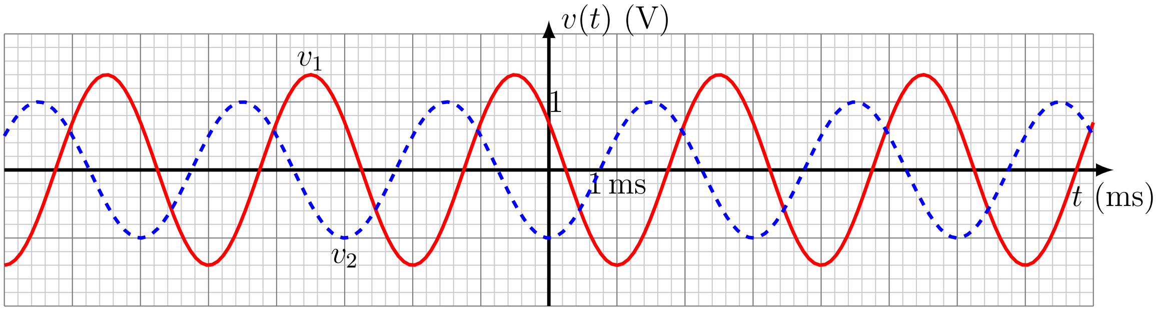
Q8. $s_8(x,t) = Ae^{-k'x}\cos[k''(x-ct)]$

Q9. $s_9(x,t) = Ae^{-k'(x+ct)}\cos[k''(x-ct)]$

Q10. $s_{10}(x,t) = Ae^{-k'(y-ct)}\cos[k''(ct-y)]$

Exercice n°3 Mesure d'un déphasage

Un haut-parleur situé à l'origine O de l'axe (Ox) émet une onde sonore sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants. On place en deux points distincts deux micros. Les deux signaux $v_1(t)$ et $v_2(t)$ récupérés en sortie des deux micros sont représentés ci-dessous.



Q1. Donner par lecture graphique l'amplitude, la valeur moyenne, la période et la fréquence de chacune des tensions. Les deux tensions sont-elles synchrones ?

Q2. La tension v_2 est-elle en avance ou en retard par rapport à v_1 ? Quel est le décalage temporel associé ?

Q3. En déduire le déphasage.

Q4. Déterminer graphiquement la phase à l'origine des deux tensions.

Exercice n°4 Diamètre d'un fil d'araignée

Un fil d'araignée, de diamètre inconnu noté a, est maintenu en position verticale et éclairé au moyen d'une source laser rouge de longueur d'onde $\lambda = 615\,\text{nm}$. Le fil est placé à quelques centimètres de la source laser et à une distance D assez éloignée d'un écran vertical.
La figure de diffraction obtenue à l'écran est caractérisée par une tache centrale de largeur L et un angle de diffraction noté θ .

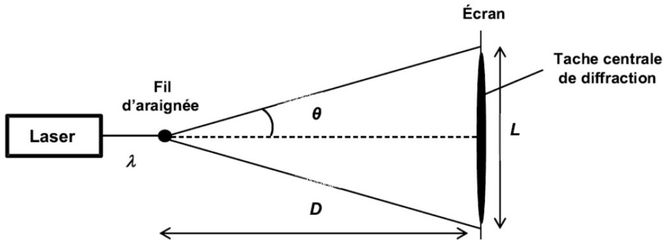


Schéma de l'expérience en vue de dessus, sans souci d'échelle

Déterminer l'expression du diamètre a du fil d'araignée analysé.
Calculer sa valeur et l'incertitude-type associée, en m puis en µm, sachant que : $D = 2,00\pm$ 0,01 m et $L = 18,8\pm$ 0,4 cm.

Exercices ★

Exercice n°5 Trains d'ondes

Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens des x croissants avec la célérité c. La source, située en $x = 0$, émet un train d'onde, c'est à dire une oscillation de durée τ limitée :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \text{ est négatif} \\ \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) & \text{si } 0 \leq t < \tau \\ 0 & \text{si } t \geq \tau \end{cases}$$

Q1. Exprimer $s(x,t)$ pour x positif quelconque.

Q2. Représenter $s(x, t = \dfrac{\tau}{2})$ et $s(x, t = \dfrac{3\tau}{2})$ en fonction de x pour $x > 0$. On prendra $\tau = 4T$ pour le dessin. Quelle est la longueur du train d'ondes dans l'espace ?

Exercice n°6 Interférences de 2 ondes sonores

On s'intéresse aux interférences d'ondes sonores produites par deux haut-parleurs identiques, HP1 et HP2, placés face à face, à distance d l'un de l'autre, et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence $f = 1250\,\mathrm{Hz}$. L'axe (Ox) passe par les centres des haut-parleurs ; le centre de HP1 est en $x = 0$ et le centre de HP2 en $x = d$. Un microphone M de petite dimension peut être déplacé le long de (Ox). On envoie sur un oscilloscope le signal du générateur alimentant les haut-parleurs et la tension u délivrée par le micro, le premier signal servant de source de déclenchement.

Q1. Lorsqu'on déplace le micro autour de la position médiane entre le haut-parleur, soit $x = \dfrac{d}{2}$, on observe que :

- l'amplitude de la tension u varie et passe successivement par des maxima et minima quasiment nuls, l'écart entre deux positions successives pour lesquelles l'amplitude est minimale étant constant et valant : $e = 13{,}8\,\mathrm{cm}$;
- la phase de la tension u est fixe entre deux points où l'amplitude s'annule et elle change de π quand on passe par un de ces points.

(a) Quel phénomène ces observations évoquent-elles ?

(b) Pour modéliser la situation on suppose que les surpressions acoustiques $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ ont des amplitudes constantes le long de l'axe (Ox), toutes les deux égales à P_0, et qu'elles ont toutes les deux la même phase initiale φ au départ des haut-parleurs. Écrire les expressions de $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ en fonction de P_0, f , c célérité du son, φ, x et t.

(c) Obtenir une expression de la surpression $p(x,t)$ résultant de la superposition de ces deux ondes qui explique les observations ci-dessus.

(d) Calculer la vitesse du son dans les conditions de cette expérience.

Q2. Lorsqu'on éloigne le micro de la position médiane entre les haut-parleurs les observations sont différentes. L'amplitude de la tension u augmente et diminue périodiquement mais ne passe plus par zéro. Elle devient de plus en plus grande au fur et à mesure que le micro s'approche d'un haut-parleur. La phase de initiale de u dépend de la position x du micro : près de HP1, elle diminue avec x.

(a) Expliquer pourquoi on ne peut plus faire l'hypothèse que les ondes venant des deux haut-parleurs ont la même amplitude.

(b) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi(x)$ entre ces deux ondes à l'abscisse x en fonction de d, c, f et x.

(c) En appelant A_1 et A_2 leurs amplitudes, exprimer l'amplitude $A(x)$ de l'onde résultante.

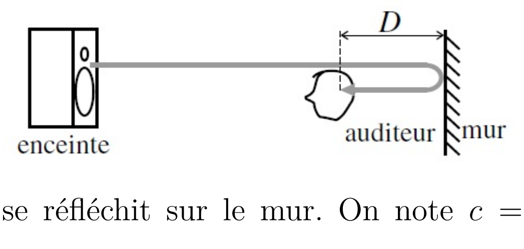
(d) Montrer que si on approche le micro près du haut-parleur HP1 : $A(x) \approx A_1 + A_2 \cos(\Delta\varphi)$
On rappelle que pour $\varepsilon \ll 1$: $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \dfrac{1}{2}\varepsilon$

(e) En s'appuyant sur une représentation de Fresnel, expliquer pourquoi la phase initiale de u diminue avec x près de HP1.

Exercices ★ ★

Exercice n°7 Écoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.



Q1. Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ la célérité du son dans l'air.

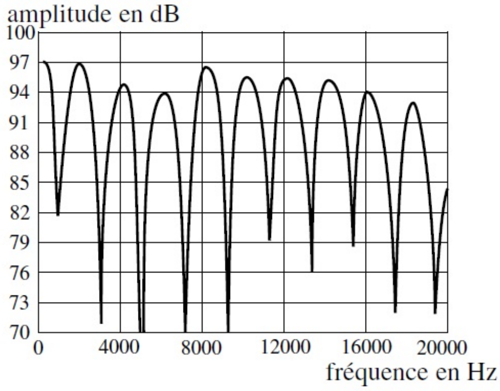
(a) Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

(b) En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f . La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

(c) Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier n. Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible ? Est-elle réalisable ?

(d) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

Q2. La figure ci-contre donne le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance D du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante A_0. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée « courbe en peigne ». L'amplitude en décibels se définit par la relation : $A_{\text{dB}} = 20\log\left(\dfrac{A}{A_{\text{réf}}}\right)$ où $A_{\text{réf}}$ est une amplitude de référence.



(a) Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0, quelle est, en décibels, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on dire de $A_{0,\text{dB}}$ au vu de la courbe ?

(b) Calculer numériquement la distance D.

Exercice n°8 La corde de Melde

Une corde AB de longueur L a son extrémité B fixe et son extrémité A actionnée transversalement par un vibreur de fréquence $f = 100\,\text{Hz}$. La célérité des ondes transversales sur la corde est $c = 25\,\text{cm}{\cdot}\text{s}^{-1}$.

Q1. L'onde progressive sinusoïdale se propage de A vers B, dans le sens des x croissants. Dans le repère $(Oxyz)$, d'origine O choisie en un point quelconque de la corde, l'équation horaire de O est $y_O(t) = a\cos(\omega t)$, a étant l'amplitude, supposée constante tout le long de la corde.

(a) Donner l'équation horaire $y_M(t)$ d'un point M de la corde, d'abscisse x.

(b) Déterminer la pulsation temporelle k et la longueur d'onde λ.

Q2. L'onde se réfléchit en B en subissant un déphasage φ. Pour simplifier, on prendra maintenant l'origine du repère en B.

(a) Exprimer les élongations $y_{Bi}(t)$ due à l'onde incidente et $y_{Br}(t)$ due à l'onde réfléchie, et montrer que $\varphi = \pi$.

(b) Pour un point d'abscisse x (négative), exprimer $y_{Mi}(t)$ et $y_{Mr}(t)$, puis l'élongation $y_M(t)$ résultant de la superposition des deux ondes.

(c) Montrer que certains points, appelés « nœuds de vibration », n'oscillent pas du tout. Interpréter ce fait à l'aide de la notion de déphasage entre les ondes incidentes et réfléchies. On parle d'onde stationnaire.