Chapitre 11 : Propagation d'un signal

En 1690, Christian Huygens propose une théorie ondulatoire de la lumière et entre en conflit avec Newton, qui penche pour une nature corpusculaire. Au début du XIXᵉ siècle, Thomas Young (médecin, philosophe, botaniste et physicien anglais), reprend l'idée de Huygens qu'il justifie par des expériences de diffraction en obtenant ce qu'il nomme des interférences. C'est la théorie électromagnétique énoncée par Maxwell en 1873 qui confirme le caractère ondulatoire de la lumière.

Plan du cours

À savoir

Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.	I.3
Connaître les relations entre la fréquence, la période, la pulsation, la longueur d'onde et vitesse de phase.	II.2

À savoir faire

Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.	
Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.	Ⓐ **TD1,5**
Écrire les signaux sous la forme $f(t-\frac{x}{c})$ ou $F(x-ct)$ pour une onde se propageant dans le sens des x croissants / et $g(t+\frac{x}{c})$ ou $G(x+ct)$ pour une onde se propageant dans le sens des x décroissants.	III.2 **TD2**
Établir et utiliser la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.	III.2 Ⓑ **TD1,3**
Utiliser la relation $\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{d}$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.	Ⓓ **TD4**
Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives de 2 ondes issues dé 2 sources ponctuelles en phase dans un milieu de propagation homogène.	V.2 **TD6,7,8**
Trous d'Young : déterminer les lieux d'interférences constructives et destructives, relier le déphasage entre les 2 ondes à la différence de chemin optique, établir l'expression de la différence de chemin optique linéarisée et celle de l'interfrange.	V.3
Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.	Ⓒ **TD3, TP15**
Mettre en œuvre une expérience pour visualiser le phénomène d'interférences de 2 ondes.	**TP15**

I Ondes progressives et signaux physiques

I.1 Définitions

Définitions

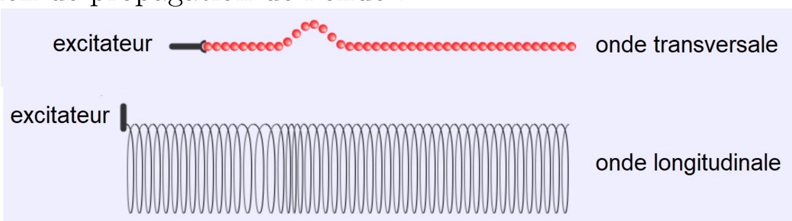
Onde progressive : Une onde progressive est un phénomène physique dans lequel une **perturbation** se déplace dans l'espace.

Perturbation : Une perturbation est une modification locale et temporaire des propriétés d'un milieu.

Signal : Un signal physique est une grandeur physique mesurable, nulle dans l'état de repos et devenant non nulle avec la perturbation liée à une onde. On dit que le signal transporte l'information de l'onde.

Remarques

- Une fois la perturbation créée (à la source), elle se propage dans le milieu de proche en proche : chaque point va subir des modifications temporaires (similaires à celle de la source s'il n'y a pas d'atténuation). Après le passage de cette perturbation, chaque point retrouve sa position initiale.
- Une onde ne transporte pas de matière : la perturbation se propage sur de grandes distances, mais un point du milieu reste globalement au même endroit.
- Une onde transporte de l'énergie, qui peut être de nature cinétique, électrique, électromagnétique, etc.
- Une onde est qualifiée de transversale si la perturbation du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde, et de longitudinale si la perturbation est dans la direction de propagation de l'onde :



I.2 Signaux périodiques

Les signaux peuvent être utilisés pour transmettre une information puisqu'ils se propagent dans l'espace. Des signaux périodiques, qui se répètent à l'identique dans le temps, doivent être manipulés pour pouvoir transmettre de l'information avec intérêt. On peut par exemple faire de la modulation (= ajouter une variation lente de leurs propriétés).
Un autre intérêt des signaux périodiques est qu'ils sont décomposables en une somme de signaux périodiques particuliers : les signaux sinusoïdaux.

Définition

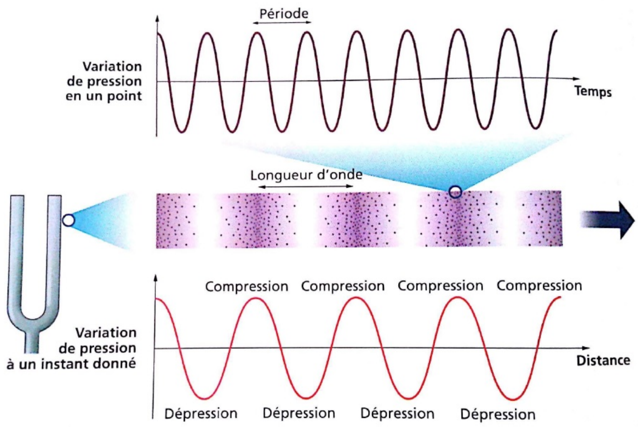
Période temporelle T : La période d'un signal périodique est la plus petite durée, exprimée en secondes, au bout de laquelle un motif se répète à l'identique.

Fréquence f : La fréquence, en hertz (Hz), est le nombre de périodes par seconde.

Par proportionnalité, on a la relation : $f = \dfrac{1}{T}$

I.3 Exemples

a) Ondes acoustiques



Le signal transporté par une onde acoustique est la surpression acoustique, qui est :

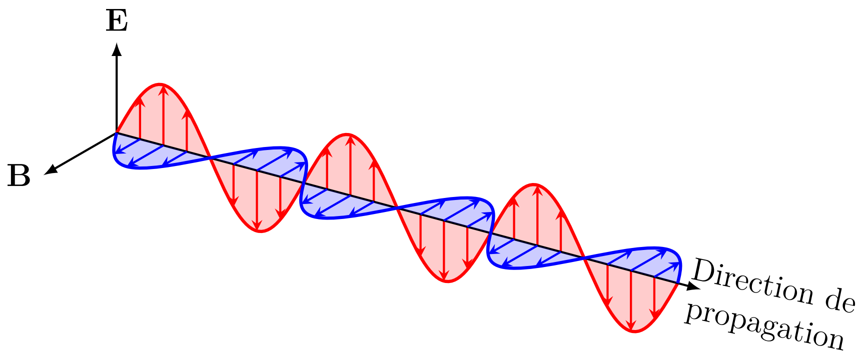
- nulle en l'absence d'onde acoustique
- positive en une zone de surpression (couches de fluides compressées)
- négative en une zone de dépression (couches de fluides dilatées)

Ordre de grandeur de fréquences utilisées :

signaux	fréquence
sons audibles	20 à 20 000 Hz
téléphonie	300 à 3400 Hz
La3 émis par un diapason	440 Hz

b) Ondes électromagnétiques

Les signaux transportés par une onde électromagnétique se propagent par une modification locale du champ électromagnétique $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$ dans le vide et dans certains milieux transparents .



Ordre de grandeur de fréquences utilisées :

signaux	fréquence
WiFi	2,4 à 5 GHz
lumière visible	4×10^{14} à 8×10^{14} Hz
radio FM	centaine de MHz

c) Ondes électriques

Lorsque l'onde électromagnétique est guidée le long d'un câble de transmission constitué de deux conducteurs, les signaux correspondant à l'onde électromagnétique sont l'intensité du courant circulant dans le conducteur et la tension entre ses deux bornes.

I.4 Cadre de l'étude en MP2I

Cette année, nous limiterons notre étude aux ondes progressives :

- unidimensionnelles (la propagation a lieu dans une seule direction : soit l'onde se propage dans un milieu à 1 dimension, soit l'onde est une onde plane qui se propage dans un milieu à 2 ou 3 dimensions)
- linéaires (pas d'apparition de nouvelles fréquences lors de la propagation)
- non dispersives (célérité indépendante de la fréquence)
- sans déformation ni atténuation (l'amplitude ne varie pas)

II Onde progressive unidimensionnelle

II.1 Célérité

Expérience de cours

On dispose deux micros à distance d l'un de l'autre de manière à ce qu'une onde sonore puisse parvenir à chacun d'eux sans que l'autre ne lui fasse obstacle. Les signaux délivrés par les deux micros sont envoyés sur deux voies d'une carte d'acquisition.

Q1. Faire un schéma de l'expérience.

Q2. Qu'observe-t-on sur l'enregistrement lorsqu'on produit un son bref devant les micros ?

Q3. Que peut-on en conclure ?

Définition

Célérité : On appelle célérité (ou vitesse de propagation) la vitesse de déplacement d'un signal, on la note c.

Deux représentations pour une onde progressive :

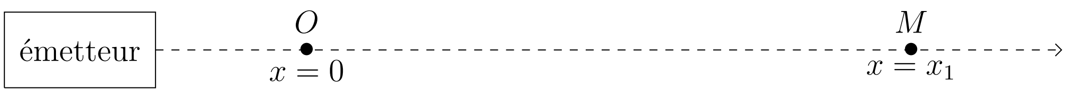
Le signal transporté par une onde progressive peut être représenté de deux points de vue :

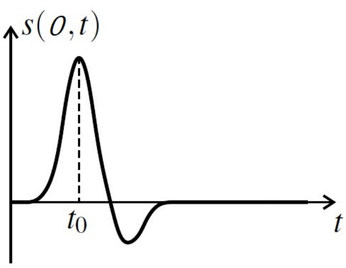
— Représentation temporelle : on regarde en une position x fixée la perturbation sur toute sa durée. Cela revient à placer un détecteur du signal en une position x fixée et réaliser l'enregistrement de la perturbation au cours du temps.

— Représentation spatiale : on regarde à un instant t fixé la perturbation dans tout l'espace. Cela revient à prendre une photo de l'onde à un instant t fixé.

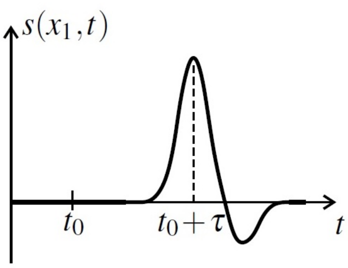
II.2 Représentation temporelle : signal = fonction du temps

On considère une onde sonore progressive, modélisée par la fonction $s(x,t)$, se propageant avec la célérité c dans le sens positif de l'axe (Ox).





à l'abscisse $x=0$



à l'abscisse $x_1 > 0$

Q1. Cette onde parvient au point M d'abscisse x_1 avec un certain retard qui correspond à la durée mise par l'onde pour se propager du point d'abscisse $x = 0$ jusqu'au point d'abscisse x_1. Déterminer l'expression de cette durée, notée τ.

Q2. Que peut-on dire de l'onde au point M à l'instant t ? Comment traduire cela en utilisant la fonction $s(\dots, \dots)$?

Q3. Comment sont modifiés ces résultats si la source émet une onde en direction de x décroissants ?

Notation

On considère une onde progressive se propageant à la vitesse c sans atténuation ni déformation, dans la direction de l'axe (Ox) :

Dans le sens **positif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t - \dfrac{x}{c}$ », on la met sous la forme :

$$s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

où f est une fonction dont l'argument a la dimension d'un temps, telle que $f(t) = s(0,t)$.

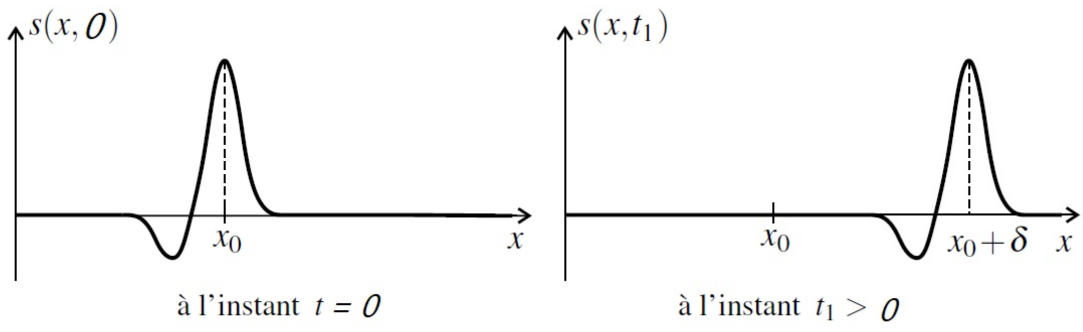
Dans le sens **négatif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t + \dfrac{x}{c}$ », on la met sous la forme :

$$s(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

où g est une fonction dont l'argument a la dimension d'un temps, telle que $g(t) = s(0,t)$.

II.3 Représentation spatiale : signal = fonction de la position

Les deux courbes ci-dessous représentent les valeur du signal émis par le dispositif du II.2 mesurées en chaque point de l'axe (Ox) à deux instants différents : $t = 0$ et t_1.



Q1. À la date $t_1 > 0$, l'onde s'est déplacée dans le sens des x croissants d'une certaine distance notée δ. Déterminer l'expression de la distance δ.

Q2. Que peut-on dire de l'onde à l'instant t_1 en x_0 ? Comment traduire cela en utilisant la fonction $s(\ldots, \ldots)$?

Q3. Comment sont modifiés ces résultats si la source émet une onde en direction de x décroissants ?

Notation

On considère une onde progressive se propageant à la vitesse c sans atténuation ni déformation, dans la direction de l'axe (Ox) :

Dans le sens **positif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $x - ct$ », on la met sous la forme :

$$s(x,t) = F\left(x - ct\right)$$

où F est une fonction dont l'argument a la dimension d'une longueur, telle que $F(t) = s(x, 0)$.

Dans le sens **négatif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t + ct$ », on la met sous la forme :

$$s(x,t) = G\left(x + ct\right)$$

où G est une fonction dont l'argument a la dimension d'une longueur, , telle que $G(t) = s(x, 0)$.

II.4 Passage d'une représentation à l'autre

Méthode

Si on connaît l'évolution temporelle d'un signal en un point donné et la célérité de l'onde, on peut en déduire :

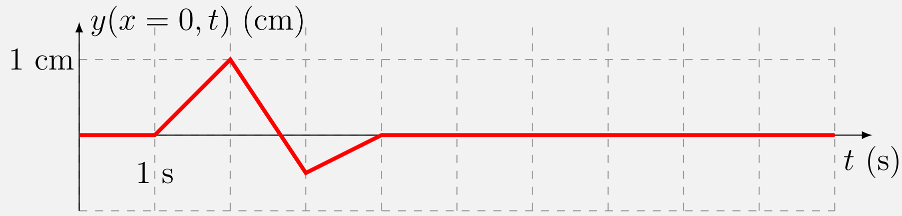
— l'évolution temporelle du signal en un autre point où passe l'onde. Pour cela il faut déterminer le retard entre les 2 points.

— la forme du signal sur tout l'espace du milieu à un instant donné. Pour cela il faut repérer les abscisses où apparaissent à cet instant certaines valeurs particulières du signal (front, minimas et maxima, queue). L'allure de la courbe est analogue à la variation temporelle mais à l'envers.

Inversement, si on connaît à un instant donné la forme du signal dans l'espace, on peut en déduire sa forme à un autre instant ou l'évolution temporelle en un point donné.

Exercice de cours (A)

Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 10\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$ vers les x croissants. En $x = 0$, le signal mesuré a l'allure représentée ci-dessous.



Q1. Quelle est la durée de la perturbation ?

Q2. Représenter le signal à l'abscisse $x = 20\,\mathrm{cm}$.

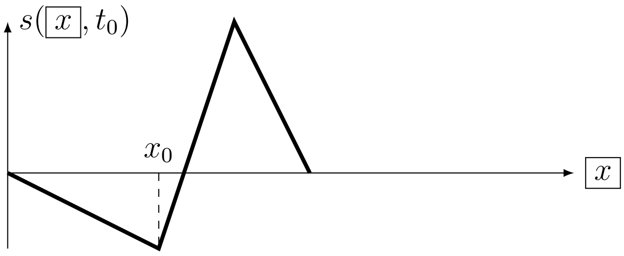
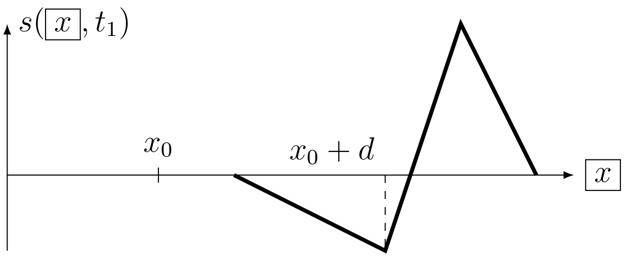
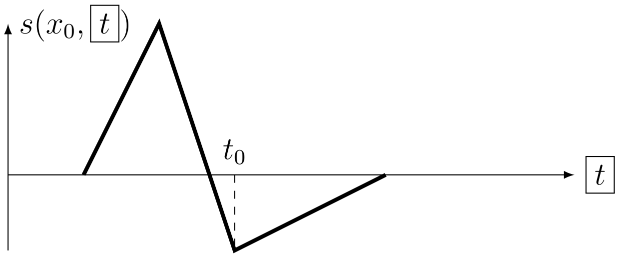
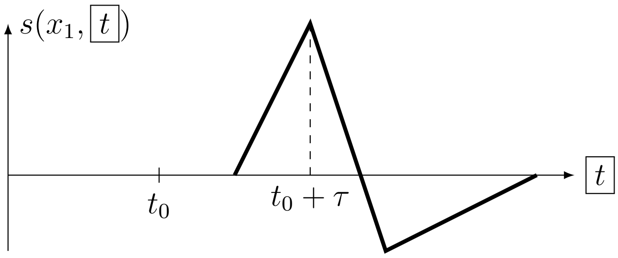
Q3. Représenter le signal existant à l'instant $t = 7\,\mathrm{s}$ en fonction de x. (c'est à dire « une photo » prise à la date $t = 7\,\mathrm{s}$)

Q4. Quelle est la longueur de la perturbation ?

II.5 Bilan

Bilan : écriture des signaux progressifs 1D

On considère une onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de l'axe (Ox) :

Représentation spatiale	**Représentation temporelle**
En fonction de $\boxed{x}$ = on prend une photo à un instant t_0 donné.	**En fonction du temps** $\boxed{t}$, on enregistre en un point fixe de l'espace d'abscisse x_0.
Exemple à deux instants différents : à l'instant t_0 , en fonction de x :  à l'instant $t_1 > t_0$, en fonction de x : 	**Exemple en deux points différents** : à l'abscisse x_0, en fonction de t :  à l'abscisse $x_1 > x_0$, en fonction de t : 
Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$: $s(x,t) = s(x - ct, 0) = F(x - ct)$	Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$: $s(x,t) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$
Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$: $s(x,t) = s(x + ct, 0) = G(x + ct)$	Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$: $s(x,t) = s\left(0, t + \frac{x}{c}\right) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$

III Onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive sinusoïdale est un cas particulier d'onde progressive pour lequel la fonction associée au signal est une fonction sinusoïdale.

III.1 Forme mathématique

Définition

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

avec :

$$\begin{aligned} S_m &= \text{amplitude (de la même unité que } s\text{), avec } S_m > 0 \\ \omega &= \text{pulsation temporelle (en rad·s}^{-1}\text{)} \\ c &= \text{célérité de l'onde (en m/s)} \\ \varphi_0 &= \text{phase à l'origine (des temps et des abscisses) en rad} \\ k &= \frac{\omega}{c} = \text{pulsation spatiale en rad·m}^{-1} \end{aligned}$$

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x décroissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

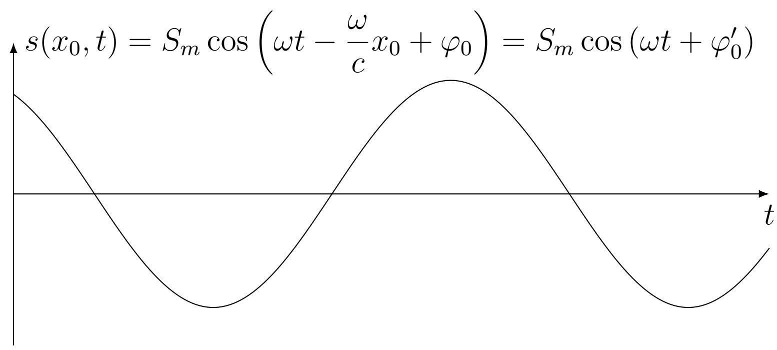
III.2 Double périodicité : spatiale et temporelle

On étudie une onde progressive sinusoïdale se propageant dans la direction des x croissants. On note S_m son amplitude, c sa célérité, ω sa pulsation et φ_0 sa phase à l'origine des temps et des positions.

Démonstration

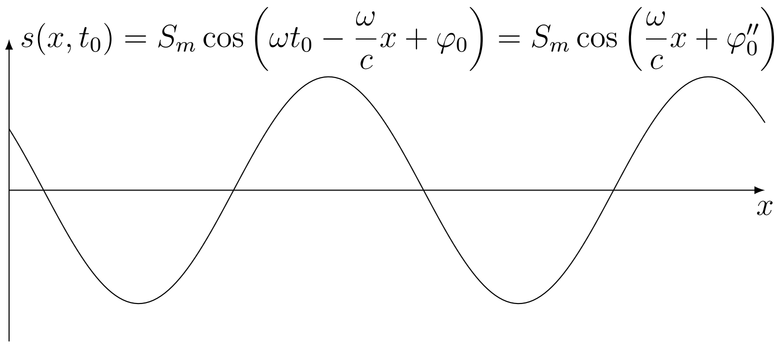
Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. Pour cela suivre les étapes suivantes :
① Traduire mathématiquement la définition de la période temporelle.
② En conclure une relation entre la période temporelle T et la pulsation ω.
③ Traduire mathématiquement la définition de la longueur d'onde λ (= période spatiale).
④ En déduire une relation entre la longueur d'onde λ et la pulsation ω.
⑤ Rassembler ces expressions pour établir les relations entre les caractéristiques spatiales (λ et k) et temporelles (T, f et ω).

Représentation du signal en fonction du temps (en x_0 fixé) :



La **période temporelle** T étant définie comme la plus petite durée non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x, t+T) = s(x,t)$, alors on peut écrire :

Représentation du signal en fonction de la position x (à t_0 fixé) :



La **période spatiale λ (longueur d'onde)** étant la plus petite distance non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x+\lambda,t) = s(x,t)$, alors on peut écrire :

Formules

Caractéristiques temporelles

- Période temporelle : T en seconde (s)
- Fréquence : $f = \dfrac{1}{T}$ en Hertz ($\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$)
- Pulsation : $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ ($\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$)

Caractéristiques spatiales

- Période spatiale : λ en mètre (m)
- Pulsation spatiale : $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ en $\mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}$

Liens entre les caractéristiques temporelles et spatiales : $\lambda = cT$ $\qquad k = \dfrac{\omega}{c}$

Exercice de cours Ⓑ

Q1. Quel est l'intervalle en longueur d'onde des radiations visibles ? En déduire l'intervalle en fréquence et en pulsation.

Q2. Quel est l'intervalle en fréquence des sons audibles ? En déduire l'intervalle en longueur d'onde et en pulsation.

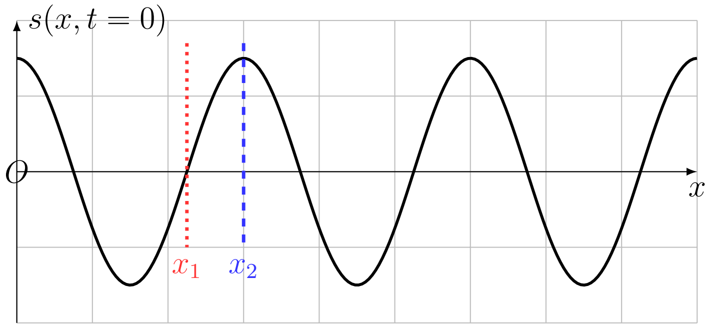
III.3 Déphasage

Un son sinusoïdal de fréquence f est émis par un haut-parleur situé à l'origine de l'axe (Ox) :

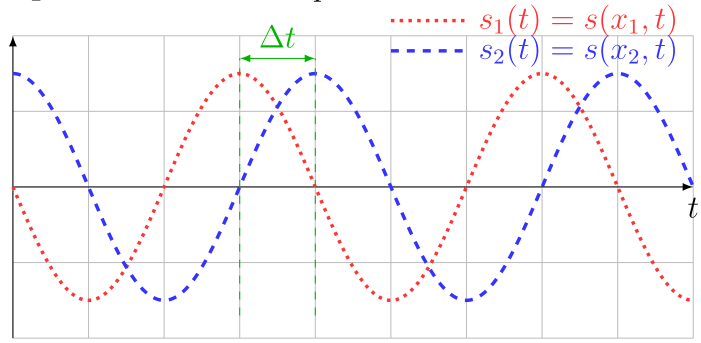
$$s(x=0,t) = S_m \cos(\omega t)$$

et se propage dans le sens des x croissants, donc $s(x,t) = s\left(x=0, t-\dfrac{x}{c}\right) = S_m \cos\left(\omega t - \omega\dfrac{x}{c}\right)$

Deux microphones sont placés aux abscisses $x_1 > 0$ et $x_2 > x_1$:



Signaux mesurés en x_1 et x_2 en fonction du temps :



Écrire les expressions des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$:

En déduire les phases à l'origine des temps de ces signaux, notées φ_1 et φ_2 :

Exprimer le déphasage de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, noté $\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$:

En déduire l'expression du déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ en fonction du retard Δt (= durée mise par l'onde pour aller de x_1 vers x_2) lié à la propagation entre les deux microphones :

☆ Méthode

Méthode pour déterminer graphiquement le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, périodiques de période T :

① Mesurer la période T des signaux.

② Déterminer si $s_2(t)$ est en avance ou en retard sur $s_1(t)$ pour déterminer le signe de $\Delta\varphi_{2/1}$.

- Si s_2 est en avance sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} > 0$.
- Si s_2 est en retard sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} < 0$.

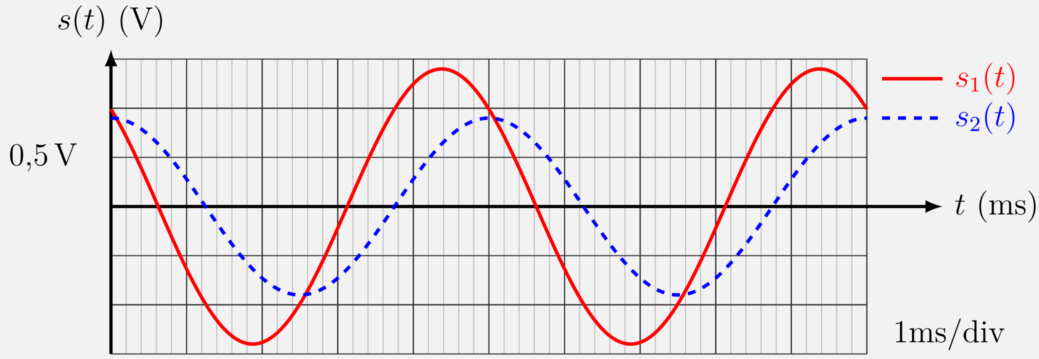
③ Mesurer le retard Δt de s_2 par rapport à s_1 : c'est la plus petite durée séparant deux points identiques des signaux s_1 et s_2.

④ En déduire la valeur absolue du déphasage $\left|\Delta\varphi_{2/1}\right| = \dfrac{2\pi\Delta t}{T}$.

⑤ En déduire $\Delta\varphi_{2/1}$ (en tenant compte du signe déterminé précédemment).

Exercice de cours ©

Les enregistrements des tensions acquises à la sortie de 2 microphones sont donnés sur la figure ci-dessous. Déterminer le déphasage entre s_2 et s_1.



IV Phénomène de diffraction (rappel chap.1)

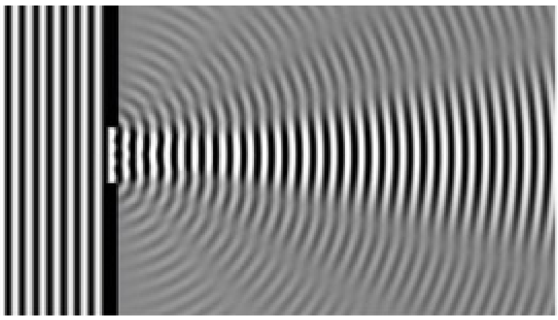
IV.1 Relation de la diffraction

Expérience → TP1

On a étudié le phénomène de diffraction des ondes lumineuse au TP1, mais ce phénomène ne s'applique pas qu'à la lumière, il s'applique à tous les phénomènes ondulatoires : les ondes acoustiques, la houle sur la mer, les ondes électromagnétiques, etc. C'est ce phénomène qui permet de recevoir le signal émis par une source sans être en face de celle-ci.

Définition

Diffraction : modification des propriétés d'une onde lorsqu'on limite sa propagation par un obstacle. Ce phénomène se manifeste généralement par une redistribution de l'intensité émergente dans certaines directions privilégiées. C'est un phénomène très général qui met en évidence le caractère ondulatoire d'un phénomène.
Exemple : diffraction d'une onde mécanique observée grâce à une cuve à ondes :



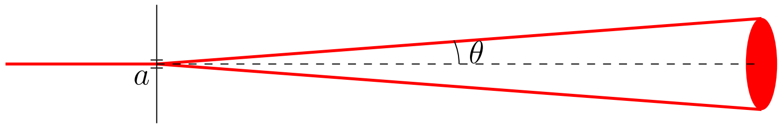
Formule

Les lois de l'optique géométrique ne sont pas respectées au niveau d'un obstacle qui masque partiellement un rayon lumineux. Ce phénomène est appelé **diffraction**.

Formule de la diffraction : Si l'onde incidente est plane et monochromatique de longueur d'onde λ, l'onde diffractée par un obstacle de taille caractéristique a, est un faisceau dont la dispersion angulaire perpendiculairement à la fente est :

$$\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{a}$$

avec : θ = valeur de l'angle de diffraction pour la première extinction
λ = longueur d'onde en m
a = taille de l'ouverture en m



Le phénomène de diffraction n'est perceptible que si l'angle θ n'est pas trop petit. Si $a \gg \lambda$ c'est l'approximation de l'optique géométrique qui reste valide.

Remarques

Pour les observations en optique :

- La tache centrale a une largeur angulaire 2θ, les taches secondaires sont deux fois moins larges.
- La relation s'écrit avec un signe « = » si l'ouverture est rectangulaire de largeur a.
- Si l'obstacle a une forme circulaire de diamètre D, la relation est $\sin(\theta) = 1,22\dfrac{\lambda}{D}$.
- Pour les ondes lumineuses, le phénomène de diffraction se produit pour des obstacles de taille jusqu'à une centaine de fois λ, soit de l'ordre de 1 à 100 µm.

IV.2 Conséquences de la diffraction

En optique, l'ouverture (= l'obstacle) est constituée par la monture de l'objectif. Lorsqu'on réalise des observations à grande distance (ou dans le plan focal d'une lentille convergente), on observe une tache circulaire brillante appelée tache d'Airy, au lieu d'une image ponctuelle. Cela limite le pouvoir de résolution des instruments. On a donc intérêt à utiliser des lentilles de grand diamètre pour maximiser a et limiter θ.

Avec les ondes sonores, la diffraction intervient constamment (voir exercice de cours D).

Exercice de cours D

Justifier qu'une porte de largeur 83 cm diffracte le son de la voix parlée (fréquence moyenne d'une voix d'homme : 125 Hz).

V Phénomène d'interférences

V.1 Mise en évidence du phénomène

Expérience de cours

On branche 2 émetteurs d'ultrasons E_1 et E_2 sur le même générateur de signaux de fréquence $f = 44\,\text{Hz}$. Les deux émetteurs sont à une distance $a = 9\,\text{cm}$ l'un de l'autre.
On place un récepteur d'ultrasons R face à E_1 et E_2 à une distance $d = 50\,\text{cm}$ d'eux.
Le signal délivré par R est envoyé sur une carte d'acquisition, afin de mesurer l'amplitude du signal résultant.

Q1. Qu'observez-vous lorsque R se déplace parallèlement à la droite reliant les 2 émetteurs ?

Q2. Comment s'appelle le phénomène observé ici ?

Q3. Avec quels autres types d'ondes avez-vous déjà observé ce phénomène ? Décrire l'expérience et les observations.

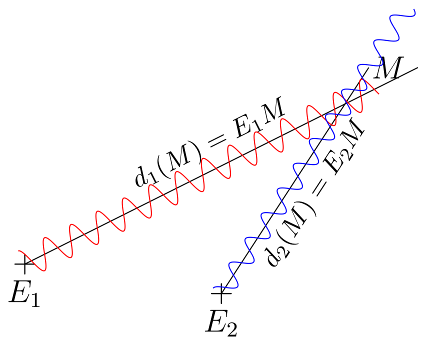
Définition

Interférences : Lorsque deux ondes de même nature et synchrones (= de même fréquence) parviennent en un point M de l'espace, elles se superposent : leurs signaux s'additionnent. C'est le phénomène d'**interférences**.
L'amplitude de l'onde résultante de la superposition de plusieurs ondes est différente de la somme des amplitudes individuelles.

V.2 Conditions d'interférences constructives et destructives

Soient deux sources synchrones émettant des ondes de même pulsation ω et de pulsation spatiale (= nombre d'onde) $k = \dfrac{\omega}{c}$.

- La source E_1 émet une onde dont le signal transporté s'écrit en tout point M de l'espace : $s_1(M,t) = S_{1m}\cos(\omega t - kE_1M + \varphi_{01})$.
- La source E_2 émet une onde dont le signal transporté s'écrit en tout point M de l'espace : $s_2(M,t) = S_{2m}\cos(\omega t - kE_2M + \varphi_{02})$.



Au point M, on observe la superposition des deux ondes.
Le signal résultant est la somme des deux signaux en M et s'écrit en M, à t : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$.
Les deux ondes qui se superposent en M sont déphasées car le chemin parcouru par chacune des deux ondes entre la source et M est différent.

☆ Représentation de Fresnel

La **représentation de Fresnel** est la représentation graphique de signaux dépendant du temps de façon sinusoïdale.

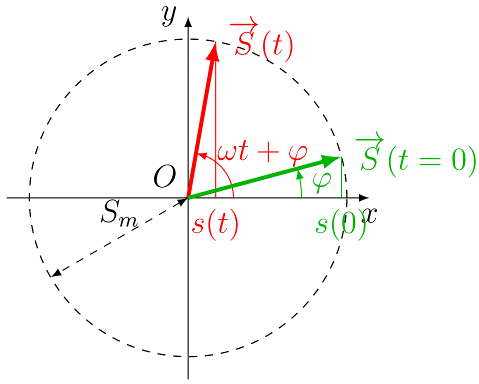
À tout signal sinusoïdal $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$, on associe un vecteur $\overrightarrow{S}$ dans le plan cartésien (Oxy) :

- de norme $\left\|\overrightarrow{S}\right\|$ égale à l'amplitude du signal sinusoïdal S_m :

$$\left\|\overrightarrow{S}\right\| = S_m$$

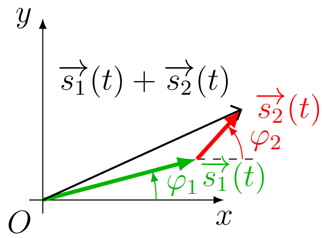
- et faisant un angle de $\omega t + \varphi$ avec l'axe (Ox) :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{S}}\right) = \omega t + \varphi$$



Le vecteur $\overrightarrow{S}$ tourne dans le plan (Oxy), autour de l'axe (Oz), à la vitesse angulaire ω, il fait un tour en $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

Utilisation pour sommer des signaux sinusoïdaux :



En notant $\overrightarrow{s} = \overrightarrow{s_1} + \overrightarrow{s_2}$, on a : $s^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2s_1s_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

Démonstration

Déterminer l'expression du signal résultant de la superposition des ondes s_1 et s_2 en M, en fonction de φ_1 et φ_2. Utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer son amplitude.

Démonstration

Déterminer dans quelles conditions l'amplitude résultante est maximale et déterminer son expression.

Démonstration

Mêmes questions pour l'amplitude minimale.

Démonstration

Déterminer l'expression de $s(t)$ et son amplitude si les 2 ondes s_1 et s_2 ont même amplitude (soit $S_{1m} = S_{2m} = A$).

Rappel : $\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$

♥ Définitions

Interférences constructives et destructives : On parle d'interférences

- **constructives** en M quand l'amplitude S_m du signal $s(M,t)$ résultant en M est maximale ;
- **destructives** en M quand l'amplitude S_m du signal $s(M,t)$ résultant en M est minimale.

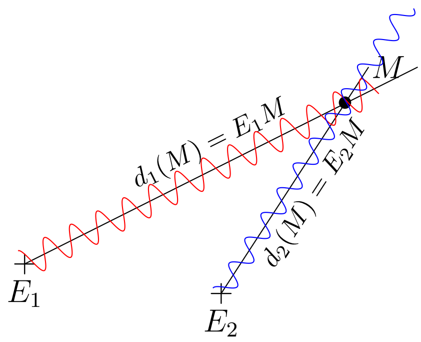
Différence de marche : Lorsque 2 ondes se propagent depuis leurs sources jusqu'en un point M , elles parcourent des chemins différents de longueurs respectives $d_1(M)$ et $d_2(M)$, dépendant de la position du point M considéré.
La **différence de marche en** M entre les deux signaux est définie par : $\delta(M) = d_2(M) - d_1(M)$

♥ Formule

Lorsque les deux ondes proviennent d'une même source (ce qui est quasiment toujours le cas), alors $\varphi_{01} = \varphi_{02}$.
Les deux ondes étant passées par des chemins différents, il existe une différence de marche $\delta_{2/1}(M)$ et un déphasage $\Delta\varphi_{2/1}(M)$ reliés par :

$\Delta\varphi_{2/1}(M) = -kE_2M + kE_1M = -\dfrac{2\pi}{\lambda}(\underbrace{E_2M - E_1M}_{=\delta_{2/1}(M)})$, soit :

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = -\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{2/1}(M)$$



♥ Formules

- **Conditions d'interférences constructives en** M **:** le déphasage entre les deux ondes est un multiple de 2π ($\Leftrightarrow$ la différence de marche est un multiple de la longueur d'onde) :

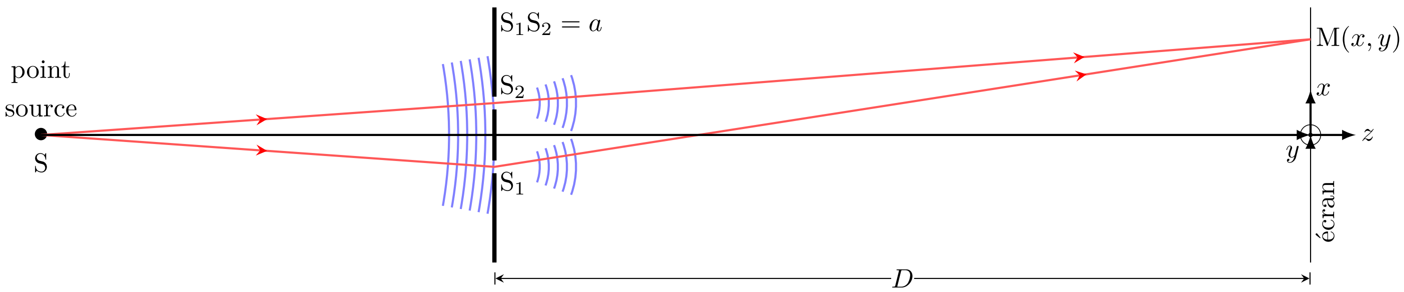
$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = 2n\pi \Leftrightarrow \delta(M) = n\lambda \ , \ \ n \in \mathbb{Z}$$

- **Conditions d'interférences destructives en** M **:** le déphasage entre les deux ondes est un multiple impair de π ($\Leftrightarrow$ la différence de marche est un multiple impair de la demie longueur d'onde) :

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = (2n+1)\pi \Leftrightarrow \delta(M) = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \ , \ \ n \in \mathbb{Z}$$

V.3 Cas des trous d'Young

Un faisceau de lumière éclaire une plaque percée de deux trous : ils diffractent la lumière et se comportent comme deux sources ponctuelles. On observe sur un écran parallèle à la plaque :



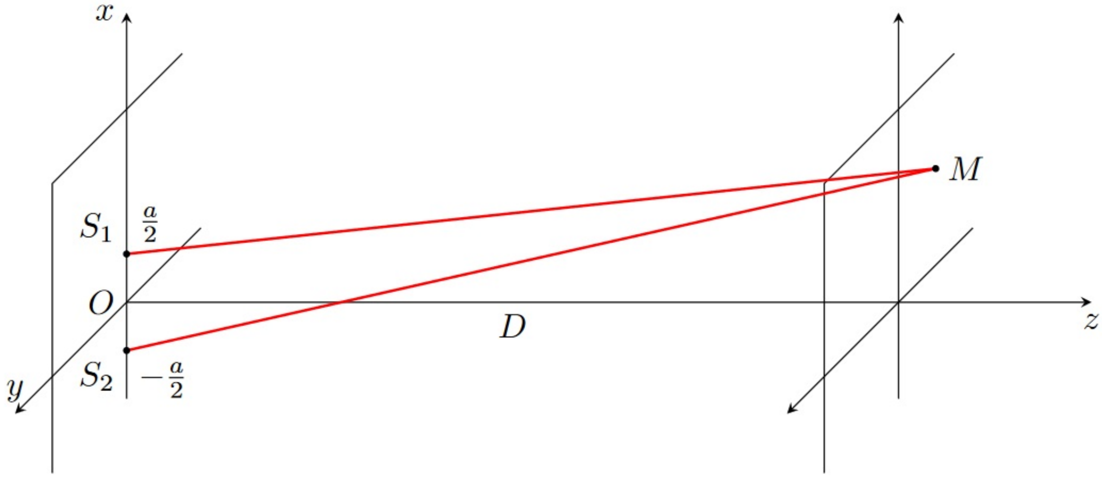
L'indice optique de l'air n étant très proche de 1, on considère que les ondes lumineuses se propagent à la vitesse $v = \dfrac{c}{n} \approx c$.

Pour déterminer l'expression de la différence de marche entre les ondes issues des sources S_1 et S_2 en M, on utilise la formule d'approximation :

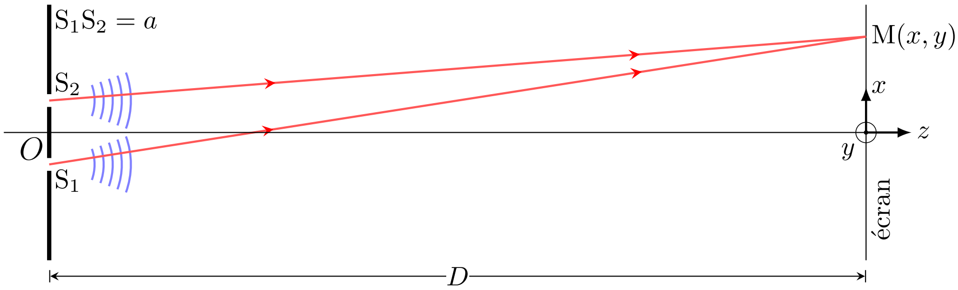
$$\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$$

Démonstration

Déterminer la différence de chemin optique (= différence de marche car on considère $v \approx c$) au point $M(x, y)$ de l'écran, avec $a \ll D$, $x \ll D$ et $y \ll D$.



Formule



Dans le dispositif des trous d'Young placés sur la droite (Ox), la différence de chemin optique au point M, de coordonnées (x, y, D) vaut :

$$\delta \approx \frac{ax}{D}$$

Remarque

Les récepteurs de l'onde lumineuse (œil ou photorécepteur), ayant un temps de réponse trop long pour suivre l'évolution temporelle des variations de l'onde lumineuse, ils sont sensibles à l'intensité lumineuse, qui est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde lumineuse I au point considéré, telle que :

$$I = \frac{1}{2} K A^2(M)$$

avec $s(M,t) = A(M)\cos(\omega t + \varphi(M))$ et K une constante multiplicative.
Les zones d'interférences constructives, où l'amplitude est maximale, sont donc des zones brillantes, et les zones d'interférences destructives, où l'amplitude est minimale, sont donc des zones sombres.

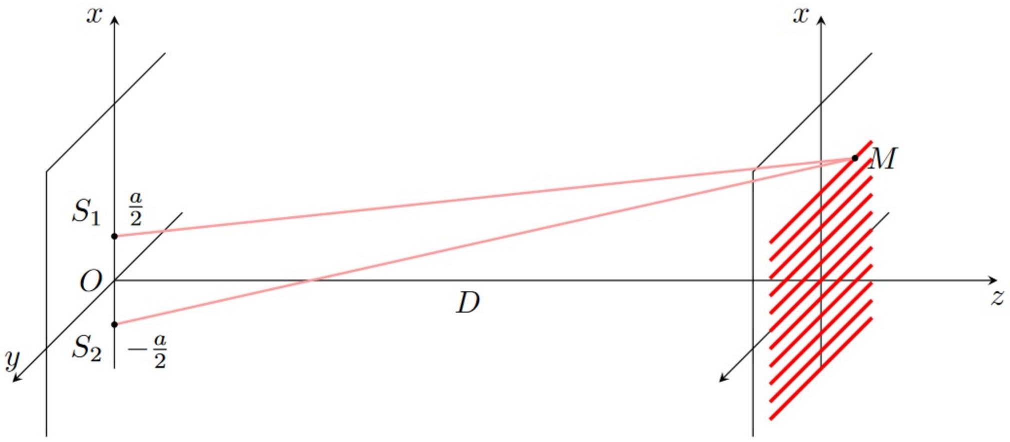
Démonstration

Utiliser la condition d'interférences constructives pour déterminer la position des franges brillantes.

Démonstration

En déduire l'interfrange (= distance entre deux franges brillantes consécutives).

Formule



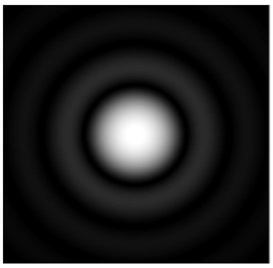
La figure d'interférence produite par les trous d'Young S_1 et S_2 est formée de franges rectilignes, perpendiculaires à S_1S_2, et régulièrement espacées de l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda \times d}{a}$$

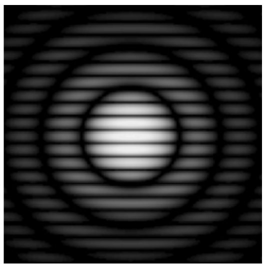
avec : $a = S_1S_2$ en m
$D =$ distance entre le plan contenant les sources et l'écran en m
$\lambda =$ longueur d'onde de la radiation lumineuse en m
($\approx$ sa longueur d'onde dans le vide λ_0 car $n_{\text{air}} \approx 1$)

Remarque

C'est grâce à la diffraction que l'on obtient un champ d'interférence dans lequel on observe des franges. Une description complète du phénomène observé fait donc appel à la théorie de la diffraction. Il en ressort que la figure d'interférence observée est modulée par la figure de diffraction d'un trou (dans le cas des trous d'Young) ou d'une fente (dans le cas des fentes d'Young). L'interfrange est inchangée. Le résultat des calculs reste donc valable.



1 trou ∘



2 trous