TD du chapitre 12

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Gonflage d'un pneu

Q1. Un pneu de volume V_p est gonflé avec une pression de 2,1 bar. Après avoir roulé un moment, l'automobiliste mesure une pression de 2,3 bar. Déterminer le paramètre manquant, estimer sa valeur initiale et en déduire sa valeur finale.

Q2. Une bouteille d'acier contient un volume $V_B = 60\,\mathrm{L}$ de gaz à la pression $P_B = 15\,\mathrm{bar}$. En ouvrant le détendeur, on peut libérer le gaz de manière isotherme. Quel volume V_A de gaz peut-on extraire en ouvrant le détendeur dans l'atmosphère à la pression $P_{\mathrm{atm}} = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ et à température $T = 20\,°\mathrm{C}$?

Q3. On souhaite gonfler un pneu de volume $V_P = 50\,\mathrm{L}$ au moyen de la précédente bouteille d'air comprimé. Le pneu est initialement à pression atmosphérique P_{atm} et on lui veut une pression finale $P_P = 2{,}4\,\mathrm{bar}$.

(a) Quelle est la pression P_1 dans la bouteille après le gonflage du pneu ?

(b) Combien de pneus identiques peut-on gonfler avec une seule bouteille ?

Exercice n°2 Énergie interne

Données :
- c_V de l'eau liquide : $c_{V,\ell} = 4{,}18 \times 10^3\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}kg^{-1}}$
- c_V de la vapeur d'eau : $c_{V,\mathrm{vap}} = 1{,}85 \times 10^3\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}kg^{-1}}$
- masse molaire de l'eau : $M_{\mathrm{eau}} = 18\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$

Q1. Calculer l'énergie qu'il faut fournir à pression atmosphérique pour porter à 100 °C un volume de 25 cL d'eau liquide initialement à 15 °C.

Q2. Calculer l'énergie qu'il faut fournir à volume constant pour porter à 200 °C une mole de vapeur d'eau initialement à 115 °C.

Q3. Calculer l'énergie qu'il faut fournir pour porter à 35 °C une mole d'hélium initialement à 10 °C. On assimilera l'hélium à un gaz parfait.

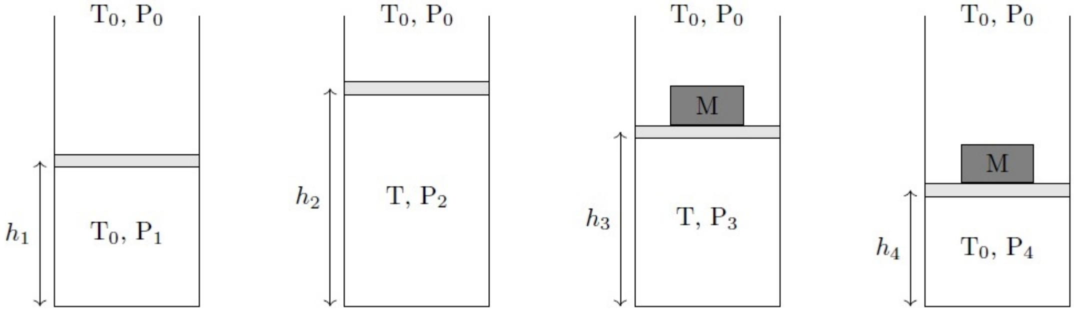
Exercices ⋆

Exercice n°3 Gaz enfermé dans une enceinte

Une quantité de matière n de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base S. Cette enceinte est fermée par un piston de masse m, à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes T_0 et P_0. On fait subir au gaz la série de transformations suivante :

— Initialement, dans l'état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique ;

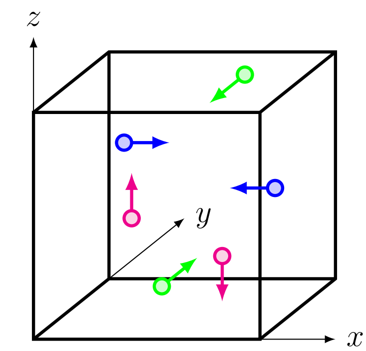
— Le gaz est chauffé jusqu'à ce qu'il atteigne la température $T > T_0$, plaçant le système dans l'état (2) ;
— Une masse supplémentaire M est brusquement placée par dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3) ;
— On attend suffisamment longtemps pour atteindre l'équilibre thermique, le système est alors dans l'état (4).



Déterminer les quatre positions du piston h_1 à h_4.

Exercice n°4 Pression cinétique

On considère un cube de côté L contenant N molécules de masse m d'un gaz parfait monoatomique et homogène. Supposons pour simplifier que toutes les molécules vont à la même vitesse v, elles ne déplacent équitablement que selon les trois axes du repère cartésien :



$\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $\overrightarrow{u_x}$; $\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $-\overrightarrow{u_x}$

$\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $\overrightarrow{u_y}$; $\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $-\overrightarrow{u_y}$

$\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $\overrightarrow{u_z}$; $\frac{1}{6}^{\text{e}}$ des molécules selon $-\overrightarrow{u_z}$

Pour commencer, on considère étudie une molécule qui se déplace selon $+\overrightarrow{u_x}$, se cogne contre le mur de droite pour repartir avec la même vitesse dans le sens opposé.

Q1. Donner la variation de quantité de mouvement δp de cette molécule entre son état initial et son état final.

À présent on veut étudier l'influence de toutes les molécules qui se cognent sur la surface de droite en un petit temps dt.

Q2. Montrer que le nombre de ces molécules est donné par : $dn = \dfrac{1}{6}\frac{N}{L}v\mathrm{d}t$

En déduire que ce système de molécules subit une variation de quantité de mouvement :

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{3}\frac{N}{L}mv^2\overrightarrow{u_x}$$

On définit la pression comme la force surfacique exercée par le gaz sur la plaque.

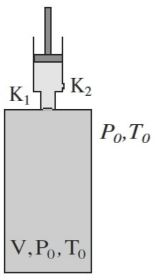
Q3. Montrer que l'on peut écrire cette pression comme : $P = \dfrac{1}{3}\dfrac{N}{V}mv^2$ avec $V = L^3$, le volume total occupé par le gaz.

On rappelle que pour un gaz parfait monoatomique, l'énergie interne est définie comme l'énergie cinétique totale de toutes les molécules : $U = N\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$

Q4. Rappeler le lien entre énergie interne et température pour un gaz parfait monoatomique.

Q5. Montrer que la définition de la pression données en question 3 est équivalente.

Exercice n°5 Pompe à vide



On s'intéresse au dispositif de pompage représenté ci-dessus, constitué d'un réservoir de volume V, initialement rempli d'air à la température T_0 et à la pression P_0 respectivement température et pression de l'atmosphère environnante. Cette enceinte est surmontée d'un cylindre muni d'un piston avec lequel elle communique par une valve K_1. Le cylindre communique lui même avec l'atmosphère au moyen d'une valve K_2.

La valve K_1 est fermée tant que la pression à l'intérieur du cylindre est supérieure à celle de l'enceinte et s'ouvre dans le cas contraire. La valve K_2 n'est fermée que lorsque la pression à l'intérieur du cylindre est inférieure à celle de l'extérieur (de l'atmosphère).

Le piston est animé d'un mouvement de va-et-vient par un moteur extérieur et effectue un aller-retour pendant une durée τ supposée constante. On notera respectivement V_min et V_max les volumes du cylindre en position basse et haute. Pour simplifier l'étude, le pompage sera considéré isotherme, l'air étant traité comme un gaz parfait.
On recherche la loi d'évolution de la pression P dans l'enceinte au cours du temps. L'instant initial choisi est tel que la pression de l'air est P_0, le piston étant en position basse. On notera $P[n]$ la pression dans l'enceinte à l'instant $t = n\tau$.
On suppose qu'à l'instant $n\tau$ le piston se trouve en position basse, la pression dans le cylindre étant P_0. Quelle condition doit vérifier $P[n]$ pour que la valve K_1 s'ouvre lors de la remontée du piston ?

Q1. On s'intéresse à l'évolution de la pression entre les instants $n\tau$ et $(n+1)\tau$. Montrer qu'il existe des constantes a et b à déterminer telles que : $P[n+1] - P[n] + a.P[n] = bP_0$

Q2. On se propose de faire l'approximation consistant à négliger le caractère discontinu du phénomène. On cherche alors une équation différentielle vérifiée par la fonction $P(t)$ en remplaçant dans l'équation précédente $\dfrac{P[n+1] - P[n]}{\tau}$ par la dérivée de $P(t)$ notée $P'(t)$ et $P[n]$ par $P(t)$. Écrire l'équation différentielle obtenue alors.

Q3. Résoudre cette équation.

Q4. (a) Vers quelle limite $P(t)$ tend-elle ? On fera l'application numérique.
(b) Montrer que cette valeur pouvait être obtenue par un raisonnement physique très simple.
(c) Qu'aurait été la limite de $P[n]$ si on avait travaillé sur l'équation écrite à la question Q.1 ?

Q5. (a) Calculer $P[100]$ et $P(100\tau)$. Quelle erreur relative a-t-on commise ?
(b) À quel instant t_0 $P(t_0)$ aurait-il égalé $P[100]$ calculé plus haut ? On donnera la valeur de $\dfrac{t_0}{\tau}$.

Données :
$P_0 = 1\,\text{bar} = 10^5$ Pa
$T_0 = 300\,\text{K}$
$V = 1 \times 10^{-2}\,\text{m}^3$
$V_{\text{min}} = 1\,\text{cm}^3$
$V_{\text{max}} = 10\,\text{cm}^3$
$R = 8{,}31\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Exercice n°6 Énergie interne d'un gaz - Gaz réel ou parfait

Les valeurs expérimentales de l'énergie interne massique de la vapeur d'eau sont les suivantes :

T(K)	523	573	623	673
à $P = 10\,\text{bar}$	2711	2793	2874	2956
à $P = 20\,\text{bar}$	2683	2773	2859	2944

Q1. Tracer les courbes donnant l'énergie interne en fonction de la température.

Q2. A-t-on un gaz parfait ? Justifier.

Q3. Comparer la capacité thermique à volume constant à celle d'un gaz parfait monoatomique