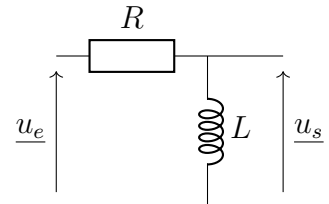


TD du chapitre 15

Exercices d'application directe du cours

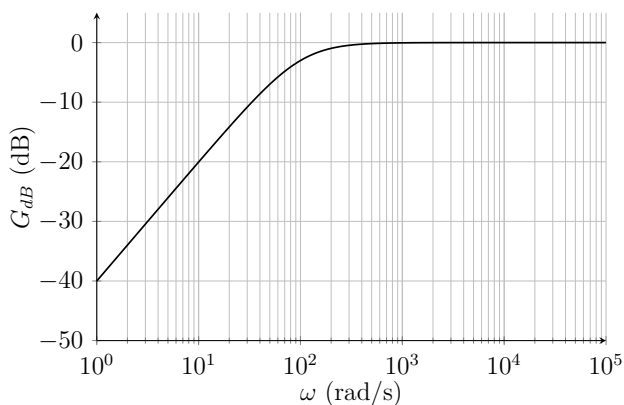
Exercice n°1 Filtre RL

On étudie le filtre ci-contre constitué d'une résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et d'une bobine idéale d'inductance L .

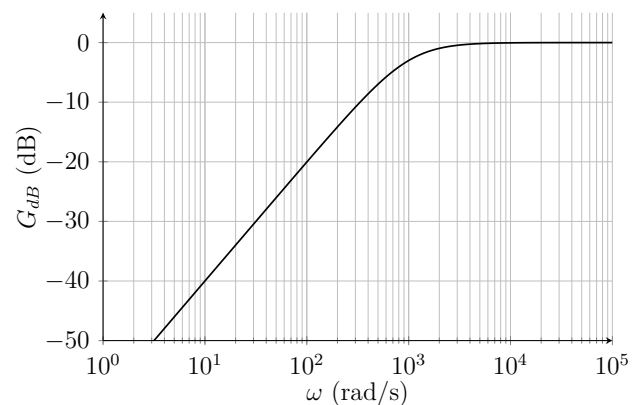


- Q1. Déterminer la nature du filtre d'après le comportement asymptotique des dipôles.
- Q2. Établir sa fonction de transfert.
- Q3. Identifier la ou les affirmations fausses concernant la pulsation de coupure d'un filtre :
- C'est la pulsation de l'intersection des deux asymptotes du diagramme de Bode en gain ;
 - C'est la pulsation pour laquelle le gain en décibels vaut le gain en décibels maximal diminué de 3 décibels ;
 - C'est la pulsation pour laquelle le gain vaut la moitié du gain maximal.
- Q4. Établir l'expression de la pulsation de coupure du filtre étudié.
- Q5. Trois étudiants ont tracé le diagramme de Bode du circuit mais l'étudiant 1 a inversé la résistance et la bobine, l'étudiant 2 s'est trompé d'une décade en choisissant $R = 0,10 \text{ k}\Omega$. Seul l'étudiant 3 a fait les choses correctement. Associer à chaque courbe le numéro de l'étudiant. La réponse devra être proprement justifiée.

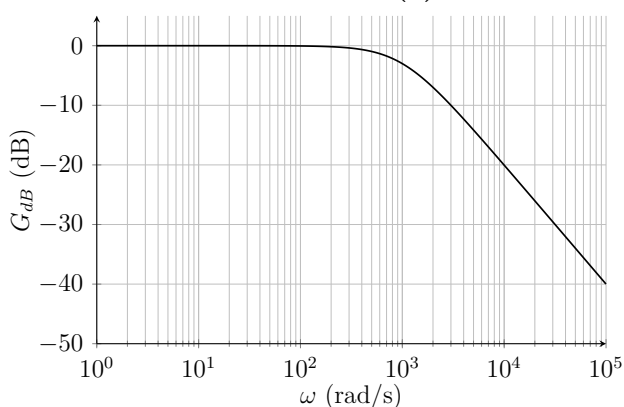
Courbe (a)



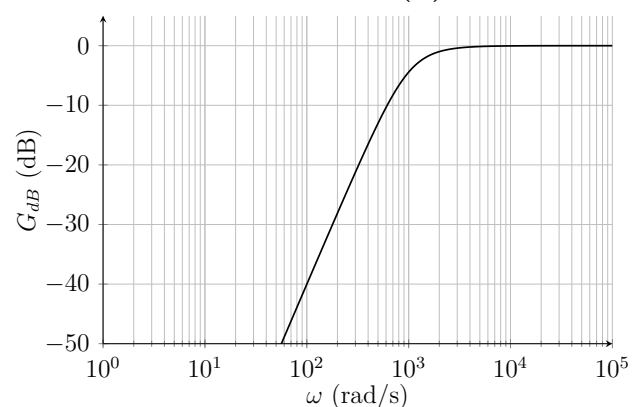
Courbe (b)



Courbe (c)



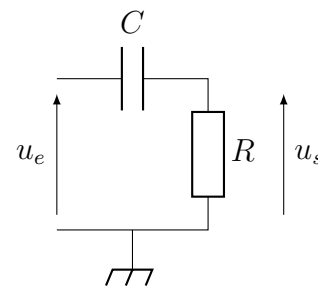
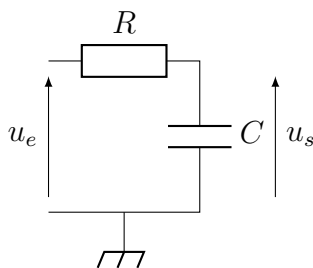
Courbe (d)



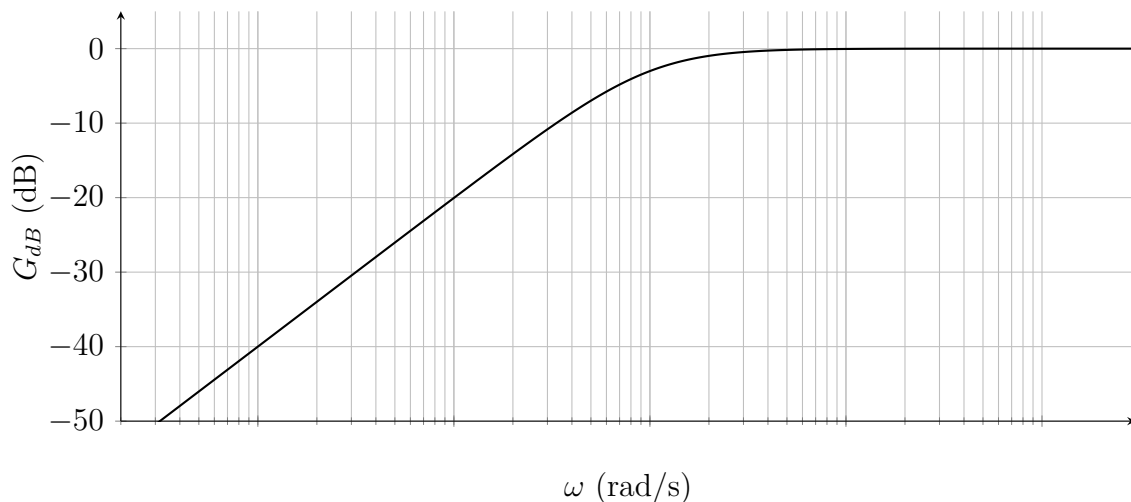
- Q6. Déterminer la valeur de l'inductance de la bobine à l'aide du diagramme de Bode.
- Q7. Que vaut la phase à très basse pulsation ?
- Q8. On note $\omega_0 = 1 \times 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. On impose en entrée une tension triangulaire de pulsation $\omega \ll \omega_0$. Quelle opération réalise le filtre à cette pulsation ? Quelle sera alors l'allure du signal de sortie ?
- Q9. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right)$. Déterminer complètement la tension de sortie (amplitude et phase à l'origine des temps).
- Q10. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E_1 \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) + E_2 \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right)$, avec $\omega_1 = \frac{\omega_0}{10}$ et $\omega_2 = 10\omega_0$. Déterminer complètement la tension de sortie. *On pourra se permettre certaines approximations, bien justifiées.*

Exercice n°2 Voie AC de l'oscilloscope

Le mode AC d'un oscilloscope permet d'enlever la valeur moyenne des tensions que l'on souhaite mesurer afin que celles-ci oscillent autour de 0. Les oscilloscopes intercalent une capacité $C \approx 1,0 \times 10^2 \text{ nF}$ en plus de la résistance d'entrée $R \approx 1 \text{ M}\Omega$ pour réaliser ce filtrage. Un des deux filtres suivants est donc réalisé en entrée du mode AC de l'oscilloscope :



- Q1. Pour supprimer la valeur moyenne, quelle fréquence faut-il éliminer dans le signal ? Parmi les deux circuits, en utilisant des schéma équivalents à haute puis basse fréquence, lequel permet d'effectuer l'opération recherchée ?
- Q2. Établir l'expression de la fonction de transfert harmonique du filtre choisi précédemment et la mettre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ où l'on précisera l'expression et la valeur numérique de ω_c .
- Q3. Déterminer les équations des asymptotes. Vérifier que les pentes correspondent à celles du diagramme de Bode en amplitude suivant et en déduire une graduation de l'axe des abscisses grâce à l'équation de l'asymptote basse fréquence.



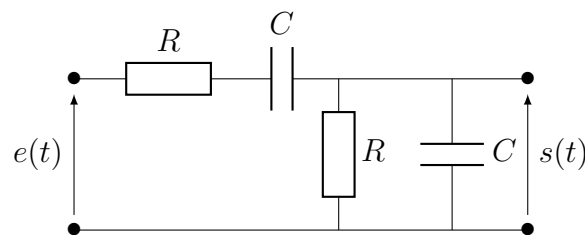
- Q4. On visualise en mode AC un signal sinusoïdal de fréquence f de valeur moyenne non nulle. Quelles sont les pulsations présentes dans sa décomposition en série de Fourier ? Tracer l'allure de son spectre.

- Q5. À quelle condition sur f , le filtre AC de cet oscilloscope remplit-il bien sa tâche ?
- Q6. On suppose que l'on branche un générateur continu dont la tension délivrée est $E_0 = 10\text{ V}$. Par dessus ce signal se superpose le bruit dû au réseau électrique à $f = 50\text{ Hz}$ et ses multiples. Ce bruit a généralement une amplitude très faible. Que visualiserait-on sur l'oscilloscope en DC ? en AC ? Quel peut être l'intérêt du mode AC ?

Exercices ★

Exercice n°3 Filtre de Wien

On s'intéresse au filtre de Wien représenté ci-dessous.



- Q1. Par analyse des comportements asymptotiques des dipôles, déterminer le type de filtre dont il s'agit.
- Q2. Déterminer la fonction de transfert \underline{H} du filtre et l'écrire sous la forme $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$ où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Identifier les expressions de ω_0 , Q et H_0 .
- Q3. Calculer simplement le gain maximal du filtre, exprimer sa valeur de dB, et calculer le déphasage correspondant.
- Q4. Représenter le diagramme de Bode asymptotique du filtre et en déduire qualitativement le tracé réel.
- Q5. Exprimer le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est $e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t) + E_0 \cos(100\omega t)$ avec $E_0 = 10\text{ V}$ et $\omega = \frac{\omega_0}{10}$.

Exercice n°4 Conception d'un filtre

On souhaite nettoyer l'enregistrement d'une conversation, rendu difficilement audible par des bruits divers. On considère que le spectre de l'audition humaine s'étend de 20 Hz à 20 kHz, tandis que celui de la voix couvre un intervalle allant de 100 Hz à 2,0 kHz.

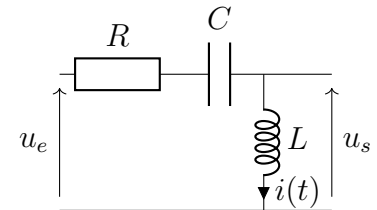
- Q1. Tracer le gabarit d'un filtre permettant de conserver l'atténuation du signal inférieure à 10 dB pour la voix humaine tout en réduisant, à la limite du spectre audible, le niveau du signal de 40 dB.
- Q2. Quel type de filtre faut-il utiliser ? Déterminer la fréquence propre f_0 pour centrer la bande passante conformément au gabarit ? On entend « centrer » en échelle logarithmique, c'est-à-dire lorsque l'échelle des abscisses correspond à $\log(f)$.
- Q3. Déterminer la valeur à donner au facteur de qualité Q pour ajuster la bande passante à -3 dB de ce filtre au spectre de la voix humaine.
- Q4. Quelles devraient être les pentes des asymptotes à hautes et basses fréquences pour respecter le cahier des charges traduit par le gabarit ? Est-ce le cas pour un filtre série RLC ?

Exercice n°5 Filtre passe-haut

On cherche à traiter un signal électrique proche de 300 Hz, comportant un bruit à 50 Hz que l'on veut filtrer. Plus précisément, on souhaite construire un filtre passe-haut présentant une atténuation importante à $f_1 = 50 \text{ Hz}$ ($G_{dB}(f_1) \leq -20 \text{ dB}$), mais la plus faible possible à $f_2 = 300 \text{ Hz}$ ($G_{dB}(f_2) \geq -0,5 \text{ dB}$).

Q1. Tracer le gabarit du filtre. Un filtre passe haut du premier ordre peut-il convenir? Justifier.

On considère maintenant un filtre passe haut RLC du second ordre, constitué d'une résistance R , d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L .



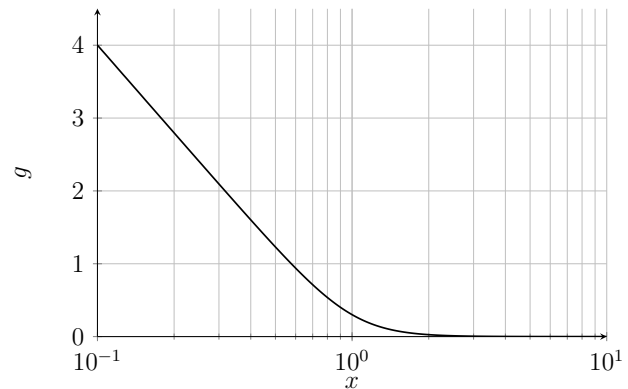
Sa fonction de transfert est donnée par : $\underline{H}(jx) = \frac{-x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$, avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

Q2. Déterminer les expressions de ω_0 et Q en fonction de R , L et C .

Q3. Afin d'éviter les distorsions de signal, on souhaite avoir $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Déterminer ω_0 , puis la valeur limite de L , sachant que $C \leq 1 \times 10^{-6} \text{ F}$. Commenter le résultat obtenu.

On exploitera la courbe donnée ci-contre, représentant la fonction $g = \log\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)$ en fonction de x .



Résolution de problème

Exercice n°6 Détermination d'un quadripôle

Un quadripôle constitué de deux dipôles (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2), disposés comme l'indique la figure ci-contre, contient une résistance R , un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L .

Seules les bornes d'entrée et de sortie sont accessibles à l'expérimentateur.

On réalise les mesures suivantes :

- On relie l'entrée à une pile de f.e.m $e(t) = E_0 = 15 \text{ V}$, la sortie étant ouverte. On mesure, en régime établi, un courant d'entrée d'intensité $I(t) = I_0 = 15 \text{ mA}$.
- On remplace la pile précédente par un générateur de tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ et on effectue une étude en fréquence du système. L'expérience montre qu'il s'agit d'un filtre passe-bande dont le gain passe par sa valeur maximale pour la fréquence $f_0 = 1,16 \text{ kHz}$ et dont la bande passante à -3 dB vaut $\Delta f = 0,34 \text{ kHz}$.

Déterminer la disposition et la valeur numérique des composants dans le quadripôle.

