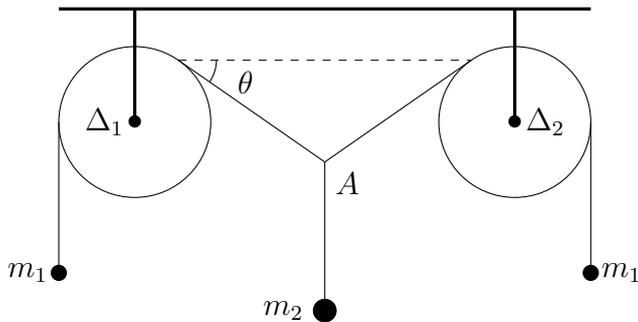


## Exercices bonus du chapitre 16

### Exercice n°1 Équilibre de 2 poulies

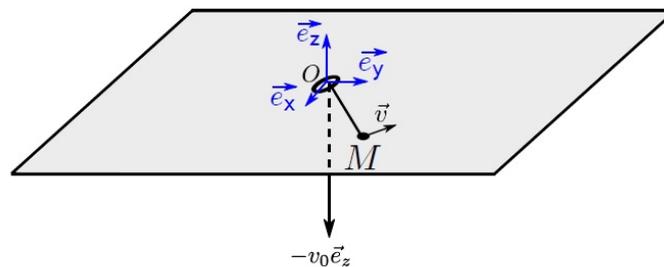


On s'intéresse au dispositif ci-contre, à l'équilibre et dans un plan. Les deux poulies sont identiques, de même rayon  $R$  et masse  $m_0$ , et les deux liaisons pivot avec le bâti sont modélisées par des liaisons parfaites : les frottements d'axe sont négligés. Les fils sont également tous supposés idéaux, c'est-à-dire qu'ils sont inextensibles et de masse négligeable. Enfin, on suppose que les fils ne glissent pas sur les poulies.

Déterminer l'angle  $\theta$  et analyser qualitativement à quelle condition l'équilibre est possible.

### Exercice n°2 Masse attachée à une ficelle

Un point matériel  $M$  de masse  $m$ , attaché à une ficelle, peut glisser sans frottement sur un support. La ficelle passe par un trou du support et est tirée vers le bas par un opérateur à une vitesse constante  $\vec{v} = -v_0\vec{e}_z$  ( $v_0 > 0$ ). La masse  $m$  est lancée initialement avec une vitesse angulaire  $\omega_0$  autour de l'axe  $Oz$ , et la longueur du fil sur le plan est initialement  $\ell_0$ .

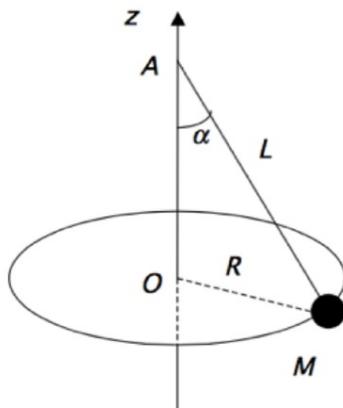


- Q1. Choisir un système de coordonnées adaptées. Donner l'expression de la distance  $r(t) = OM$  en fonction de  $\ell_0$ ,  $v_0$  et  $t$ .  
Donner l'expression du moment cinétique du point  $M$  par rapport à  $O$  en fonction des mêmes grandeurs, ainsi que de  $m$  et  $\dot{\theta}$ .
- Q2. Appliquer le théorème du moment cinétique au point  $M$ .
- Q3. En déduire l'évolution de la vitesse angulaire  $\omega(t)$  du point  $M$ .
- Q4. Donner l'expression de l'énergie cinétique du point  $M$ . Comment varie-t-elle? D'où provient cette augmentation d'énergie?

**Exercice n°3 Pendule conique**

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est suspendu à un fil inextensible de longueur  $L$  attaché en un point  $A$  fixe d'un axe  $Az$ . On donne une certaine vitesse initiale à la masse, afin de la faire tourner autour l'axe  $z$ . On note  $\omega$  la vitesse angulaire ainsi atteinte. On note  $Oxy$  le plan dans lequel ce mouvement a lieu, et  $\alpha$  l'angle qui s'établit entre l'axe et le fil. On suppose un régime stationnaire atteint :  $\alpha$  et  $\omega$  restent constants.

On utilisera la base cylindrique dans le plan  $Oxy$ , d'axe  $Oz$ . La pesanteur est dirigée selon  $-\vec{e}_z$ .



- Q1. Étant donné que la force de tension du fil sur la masse est inconnue, par rapport à quel point va-t-il être judicieux de calculer les moments des forces ?
- Q2. À l'aide du théorème du moment cinétique, donner l'expression de l'angle  $\alpha$  en fonction de  $L$ ,  $\omega$  et  $g$ .