TD du chapitre 17

Données pour l'ensemble du TD

— Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}$
— Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F{\cdot}m^{-1}}$
— Constante de Planck : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$
— Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
— Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
— Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}38 \times 10^{3}\,\mathrm{km}$
— Masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
— Masse de la Lune : $M_L = 7{,}4 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$
— Masse de l'électron : $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
— Masse du proton : $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
— Charge élémentaire : $e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 La Lune

On étudie le mouvement de la Lune autour de la Terre. On assimile la trajectoire de la Lune à un cercle de rayon $R = 385\,000\,\mathrm{km}$.

Q1. Montrer que la vitesse v du centre de la Lune dans le référentiel géocentrique est constante et donner son expression puis sa valeur.

Q2. Déterminer l'expression de la période de révolution. Faire l'application numérique.

Q3. Déterminer l'énergie mécanique de la Lune liée à sa révolution autour de la Terre. Faire l'application numérique.

Exercice n°2 Satellite géostationnaire

Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, un satellite artificiel de masse m se déplace suivant une orbite circulaire de rayon $r = R + h$ autour du centre de la Terre (h étant son altitude par rapport au sol terrestre).

Q1. Donner l'expression de la vitesse du satellite sur son orbite.

Q2. En déduire la période T du mouvement et la relier à l'altitude h. Comment s'appelle cette loi ?

Q3. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite. Quelle est la relation simple entre les deux ? Commenter le signe de l'énergie mécanique.

Q4. Un satellite est dit géostationnaire s'il est immobile par rapport au référentiel terrestre. Quelle est alors sa période ? En déduire son altitude h.

Exercices ⋆

Exercice n°3 Énergie nécessaire pour mettre un satellite en orbite basse

On étudie le mouvement d'un satellite artificiel de masse $m = 6{,}0$ tonnes, en orbite circulaire à une altitude z autour de la Terre, ainsi que son lancement à partir d'un point L de la surface terrestre.

Q1. Dans quel référentiel se place-t-on pour étudier le mouvement d'un satellite terrestre ?

Q2. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle d'un satellite artificiel en orbite à une distance r du centre de la Terre. En déduire son expression en fonction de son altitude z.

Q3. Exprimer puis calculer l'énergie mécanique du satellite pour une orbite basse telle que $z = 1{,}0 \times 10^3$ km.

Pour lancer le satellite depuis le sol terrestre, il faut lui communiquer l'énergie $\Delta E_m = E_m - E_{m0}$ où E_{m0} est l'énergie qu'il a au point L.

Q4. Dans le référentiel géocentrique,la Terre peut être assimilée à un solide en rotation autour d'un axe à une vitesse angulaire Ω. Préciser l'axe de rotation. Est-il fixe ? Que vaut la vitesse angulaire Ω ?

Q5. En déduire l'expression de la vitesse du point L dans le référentiel géocentrique supposé galiléen en fonction de Ω, du rayon terrestre R_T et de la latitude λ.

Q6. Exprimer alors l'énergie mécanique initiale E_{m0} du satellite posé au sol au point L.

Q7. En déduire les conditions les plus favorables pour le lancement du satellite. Parmi les trois champs de tirs suivants, lequel choisir de préférence ?

- Baïkonour au Kazakhstan : $\lambda = 46\ ^\circ$
- Cap Canaveral aux USA : $\lambda = 28{,}5\ ^\circ$
- Kourou en Guyane française : $\lambda = 5{,}23\ ^\circ$

Q8. Calculer l'énergie nécessaire pour mettre le satellite en orbite basse depuis Kourou.

Q9. Calculer numériquement l'énergie gagnée entre Baïkonour et Kourou.

Exercice n°4 Mission INTEGRAL

International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory (INTEGRAL) est un observatoire spatial d'astrophysique européen mis en orbite en 2002. Son orbite de travail est une ellipse passant de 9000 km à 153 000 km au dessus de la Terre. La masse de l'observatoire est de $m = 3{,}5$ t.

Q1. Déterminer le demi-grand axe a de l'orbite du satellite.

Q2. Calculer la période de révolution d'INTEGRAL.

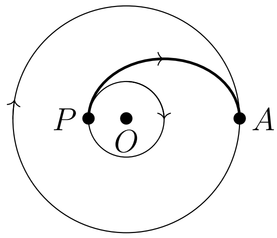
Q3. Montrer que la relation entre le demi-grand axe de l'ellipse, noté a, et l'énergie mécanique du satellite est similaire à celle entre le rayon de l'orbite circulaire et l'énergie mécanique, à condition de changer R en a.

Q4. Calculer l'énergie mécanique du satellite sur sa trajectoire elliptique.

Q5. Calculer la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique à son apogée et à son périgée.

Exercices ★ ★

Exercice n°5 Changement d'orbite - ellipse de transfert



La Terre est supposée à symétrie sphérique, de centre O, de rayon R_T et de masse M_T. Un satellite de masse m est en orbite circulaire basse (trajectoire de rayon r_0). On souhaite le faire passer sur une orbite géostationnaire de rayon r_1. Un moteur auxiliaire permet de modifier la vitesse du satellite aux points A et P. Le satellite décrit alors une demi-ellipse de transfert de périgée P et d'apogée A.

Q1. Rappeler l'expression de la vitesse v_0 du satellite sur son orbite basse de rayon r_0. Faire l'application numérique pour une orbite rasante.

Q2. Déterminer l'expression littérale du rayon r_1 de l'orbite géostationnaire. Faire l'application numérique.

Q3. Déterminer l'expression littérale de la vitesse v_1 du satellite sur l'orbite géostationnaire. Faire l'application numérique.

Q4. Déterminer l'expression littérale des vitesse v_0' et v_1' du satellite en P et A sur la trajectoire elliptique de transfert. Faire l'application numérique.

Q5. Déterminer la durée du transfert de P à A.

Exercice n°6 Distance minimale d'approche d'un astéroïde

Un astéroïde de masse m =1,0 × 10^{18} kg s'approche dangereusement de la Terre. Il possède une vitesse $v_0 = 10\,\text{km}{\cdot}\text{s}^{-1}$ dans le référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_g)$ supposé galiléen avec un paramètre d'impact $b = 8{,}0 \times 10^3\,\text{km}$. À cet instant, l'attraction terrestre peut encore être négligée. Nous assimilerons l'astéroïde à un point matériel M pour étudier son mouvement.

Q1. Exprimer la constante des aires C de deux façons, en fonction de r et $\dot{\theta}$ d'une part et en fonction de b et v_0 d'autre part. Quel est son signe ?

Q2. Déterminer le domaine radial accessible à l'astéroïde, la nature du mouvement et donner la nature précise de la trajectoire de l'astéroïde. La tracer.

Q3. En utilisant deux constantes du mouvement, déterminer la distance minimale d'approche de l'astéroïde par rapport au centre de la Terre. S'écrase-t-il sur Terre ?

Exercice n°7 Freinage par l'atmosphère

Un satellite de masse m décrit relativement au référentiel géocentrique une trajectoire circulaire de rayon $(R_0 + h)$ avec R_0 le rayon terrestre et h l'altitude du satellite. Du fait des frottements sur des couches très raréfiées de l'atmosphère à l'altitude h, le satellite subit des forces de frottement opposées à sa vitesse $\overrightarrow{v}$ et de module kmv^2. Il s'en suit que l'altitude h varie de Δh pour une révolution. Supposant que $\Delta h < h$, exprimer la constante k en fonction de h, Δh et R_0.

Q1. Montrer que l'altitude du satellite ne peut que diminuer.

Q2. Déterminer la variation relative de vitesse $\dfrac{\Delta v}{v}$ du satellite en fonction de Δh et R_0.