Chapitre 18 : Solide en rotation autour d'un axe

Lorsqu'un patineur (ou une patineuse) artistique écarte les bras quand il tourne sur lui(elle)-même sur la pointe des patins, sa vitesse de rotation diminue, et inversement lorsqu'il (elle) resserre les bras, sa vitesse de rotation augmente. Quelle loi physique permet d'expliquer cette observation ?

Plan du cours

À savoir	
Définir un solide, différencier un solide d'un système déformable.	I.1
Définir une translation et une rotation par rapport à un axe fixe.	I.2
Définir le moment d'inertie.	I.4
Définir un couple.	II.3
Définir une liaison pivot.	II.4
Énoncer le théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide mobile autour d'un axe fixe.	III.2

À savoir faire	
Reconnaître et décrire des mouvements de translation rectiligne et circulaire.	I.2 **TD3**
Exploiter, pour un solide, la relation entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.	I.1 **TD1,2**
Justifier le moment produit par une liaison pivot.	I.1 **TD1**
Exploiter le théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.	III.2 **TD**
Utiliser l'expression de l'énergie cinétique (expression du moment d'inertie fournie).	I.1 **TD1,5,7**
Établir l'équivalence entre le théorème scalaire du moment cinétique et celui de l'énergie cinétique.	IV.3
Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour un solide en rotation.	**TD5,7**
Déterminer la/les position(s) d'équilibre d'un système en étudiant son énergie potentielle.	**TD6,4**

I Description cinématique d'un solide

I.1 Définition

Définition

Solide : Un solide est un système matériel indéformable dont les points restent à distance constante les uns des autres.

Remarques

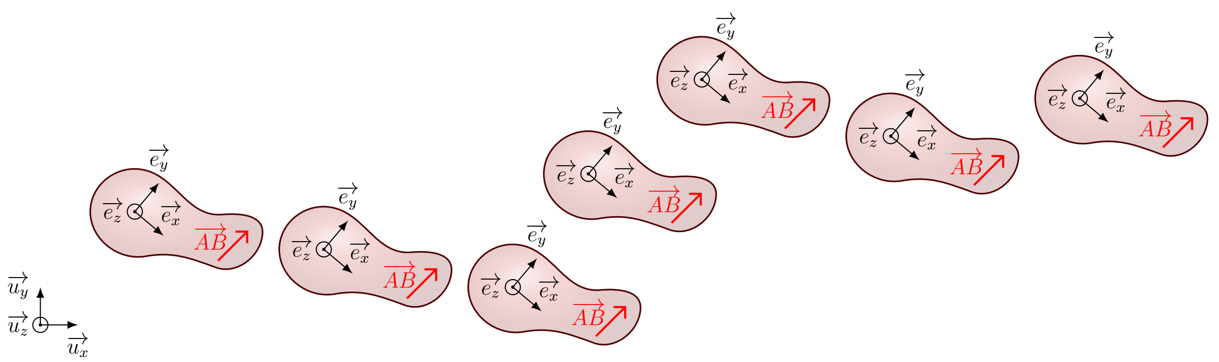
- Bien qu'un solide puisse être considéré comme un système de N points, il n'est pas nécessaire de connaître les coordonnées des N points (soit $3N$ coordonnées !) car dans le cas d'un solide indéformable les points étant liés entre eux, leurs mouvements ne sont pas indépendants : la description nécessite donc moins de variables.
  Pour repérer un solide, il faut connaître :
  — 3 coordonnées d'espace d'un point du solide
  — 3 coordonnées angulaires repérant l'orientation du solide par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.
  La description du mouvement d'un solide nécessite donc la connaissance de 6 paramètres.
- Dans le cadre du programme de 1$^{\text{re}}$ année, nous étudierons deux mouvements particuliers d'un solide : le mouvement de translation et le mouvement de rotation autour d'un axe fixe.

I.2 Mouvements d'un solide

Définition

Translation :

Un solide S est en translation par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ lorsque les directions du repère lié au solide restent fixes par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ d'étude. $\Leftrightarrow$ Le solide S est en translation si pour un couple de points A et B liés au solide, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est constant au cours du mouvement.



Propriété

Tous les points d'un solide en translation dans le référentiel $\mathcal{R}$ ont même trajectoire, même vecteur vitesse, même vecteur accélération dans ce référentiel $\mathcal{R}$.
La nature de la translation est donnée par la trajectoire d'un des points du solide.

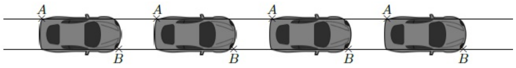
Deux cas particuliers de mouvement de translation sont à connaître :

— translation rectiligne

— translation circulaire

Définition

Translation rectiligne : Tous les points d'un solide en translation rectiligne dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ décrivent des trajectoires rectilignes, parallèles entre elles dans $\mathcal{R}$.
Exemple : voiture qui roule en ligne droite

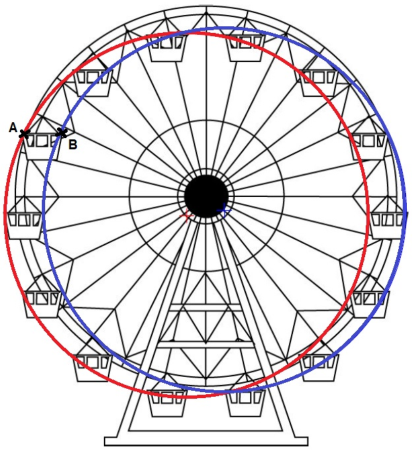


Définition

Translation circulaire : Tous les points d'un solide en translation circulaire dans le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ décrivent des trajectoires circulaires dans $\mathcal{R}$ de même rayon mais dont les centres sont décalés les uns par rapport aux autres.

Exemple : nacelle d'une grande roue

En bleu et rouge sont tracées les trajectoires suivies par deux points d'une nacelle (A en rouge et B en bleu)

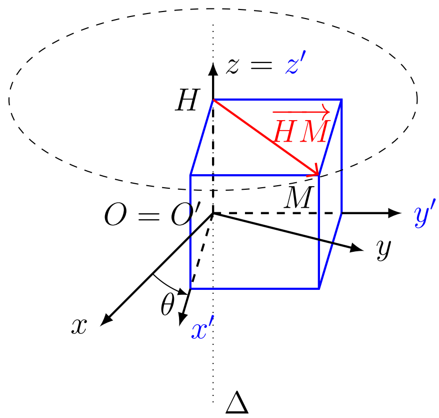


Définition

Rotation autour d'un axe fixe :

Un solide est en rotation autour de l'axe Δ fixe dans $\mathcal{R}$ si tous ses points ont un mouvement circulaire autour de Δ. $\Leftrightarrow$ Un solide est en rotation autour d'un axe Δ fixe dans $\mathcal{R}$ s'il existe une unique droite Δ immobile à la fois par rapport au solide et au référentiel $\mathcal{R}$.

Le mouvement d'un point M lié à un solide en rotation autour d'un axe fixe Δ est un mouvement circulaire situé dans un plan perpendiculaire à Δ contenant M. La trajectoire est caractérisée par :
— son centre H, projeté orthogonal de P sur Δ
— son rayon r, distance de P à l'axe Δ
— sa vitesse angulaire $\dot{\theta}$ égale à la vitesse de rotation du solide autour de Δ



Repères :
- d'étude : $\mathcal{R}$ origine O, axes (Ox),(Oy),(Oz)
- lié au solide : $\mathcal{R}'$ origine O', axes (Ox'),(Oy'),(Oz')

Remarques

- L'axe de rotation peut appartenir ou non au solide en rotation.
- La vitesse de rotation est parfois donnée en tours·min^{-1}, la correspondance avec l'unité SI est : 1 tour·min^{-1} $= \frac{2\pi}{60}$rad·s^{-1}$\approx$ 0,1 rad·s^{-1}

Formule

Vitesse d'un point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe :

Dans le système de coordonnées cylindriques d'origine O et d'axe (Oz), la vitesse instantanée du point M s'écrit :

$$\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

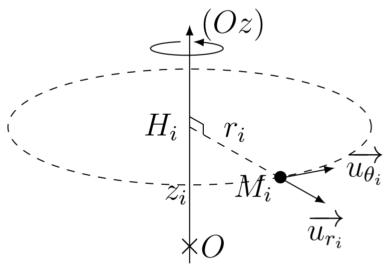
$\overrightarrow{u_\theta}$ étant défini par $\overrightarrow{u_\theta} = \overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_r}$ on peut écrire $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = (\dot{\theta}\overrightarrow{u_z}) \wedge (r\overrightarrow{u_r}) = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{HM}$

Or $(\dot{\theta}\overrightarrow{u_z}) \wedge (r\overrightarrow{u_r}) = (\dot{\theta}\overrightarrow{u_z}) \wedge (r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z})$

En posant $\overrightarrow{\omega} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_z}$, et $\overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{u_\Delta}$, on obtient : $\quad \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{\omega} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_\Delta}$ est appelé **vecteur rotation instantané** du solide.

I.3 Moment cinétique d'un solide



On étudie un solide en rotation autour d'un axe (Oz) fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$ d'étude, à la vitesse angulaire ω.
Les points M_i du solide décrivent des cercles de centre H_i, projeté orthogonal de M_i sur l'axe de rotation, et de rayon $r_i = H_iM_i$.
On repère les points M_i par leurs coordonnées cylindriques : (r_i, θ_i, z_i).
On a : $\overrightarrow{OM_i} = r_i\overrightarrow{u_{r_i}} + z_i\overrightarrow{u_z}$ et $\overrightarrow{v(M_i/\mathcal{R})} = r_i\dot{\theta}_i\overrightarrow{u_{\theta_i}} = r_i\omega\overrightarrow{u_{\theta_i}}$

Ainsi $L_{(Oz)}(M_i/\mathcal{R}) = \left(\overrightarrow{OM_i} \wedge m_i\overrightarrow{v(M_i/\mathcal{R})}\right) \cdot \overrightarrow{u_z} = \left(\left(r_i\overrightarrow{u_{r_i}} + z_i\overrightarrow{u_z}\right) \wedge m_ir_i\omega\overrightarrow{u_{\theta_i}}\right) \cdot \overrightarrow{u_z}$

$\Leftrightarrow L_{(Oz)}(M_i/\mathcal{R}) = m_i\left(r_i^2\omega\overrightarrow{u_z} - z_ir_i\omega\overrightarrow{u_{r_i}}\right) \cdot \overrightarrow{u_z}$. Or $\overrightarrow{u_{r_i}} \perp \overrightarrow{u_z}$, donc $L_{(Oz)}(M_i/\mathcal{R}) = m_ir_i^2\omega$

On en déduit : $L_{(Oz)}(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \sum_i m_ir_i^2\omega = \underbrace{\sum_i(m_ir_i^2)}_{\text{moment d'inertie : } J_{(Oz)}} \times\omega$

Formule

Moment cinétique d'un solide $\mathcal{S}$:
Le moment cinétique du système $\mathcal{S} = \left\{M_i(m_i)\right\}$ par rapport à un axe orienté $\Delta = (O; \overrightarrow{u_\Delta})$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ est la somme des moments cinétiques de chacun des points $M_i(m_i)$ par rapport à Δ :

$$L_\Delta(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \sum L_\Delta(M_i/\mathcal{R}) = \sum\left(\overrightarrow{OM_i} \wedge m_i\overrightarrow{v(M_i/\mathcal{R})}\right) \cdot \overrightarrow{u_\Delta}$$

Moment cinétique d'un solide $\mathcal{S}$ en rotation autour de l'axe fixe Δ à la vitesse angulaire ω, par rapport à l'axe orienté $\Delta = \left(O; \overrightarrow{u_\Delta}\right)$:

$$L_\Delta(\mathcal{S}) = J_\Delta(\mathcal{S}) \times \omega$$

avec $J_\Delta(\mathcal{S})$ = moment d'inertie du solide $\mathcal{S}$ par rapport à l'axe de rotation Δ, en kg·m^2
$J_\Delta(\mathcal{S})$ est un nombre réel strictement positif.
$L_\Delta(\mathcal{S})$ est positif si la rotation du solide a lieu dans le sens direct autour de Δ ($\omega > 0$).
$L_\Delta(\mathcal{S})$ est négatif si la rotation du solide a lieu dans le sens indirect autour de Δ ($\omega < 0$).

I.4 Moment d'inertie

Définition

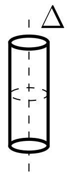
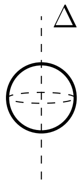
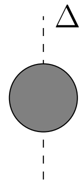
Moment d'inertie : Le moment d'inertie J_Δ mesure l'inertie d'un système (résistance au changement) à être mis en rotation autour de l'axe Δ : il est d'autant plus difficile de mettre en rotation un objet de moment d'inertie élevé.

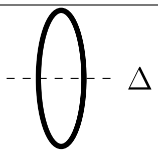
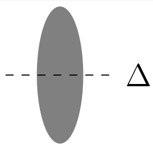
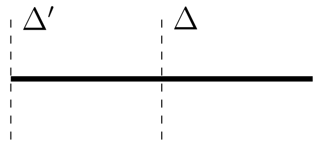
Le moment d'inertie J_Δ est défini par la somme des moments d'inertie par rapport à Δ des points constituant le système :

$$J_\Delta = \sum_i J_\Delta(M_i) = \sum_i (m_i r_i^2)$$

Remarques

- J_Δ quantifie la répartition de la masse du solide par rapport à l'axe de rotation Δ du solide : il est d'autant plus élevé que la masse du solide est éloignée de l'axe de rotation.
- Pour information, moments d'inertie par rapport à l'axe Δ pour des solides homogènes de masse totale m :

cylindre vide de rayon R	cylindre plein de rayon R	sphère (vide) de rayon R	boule (pleine) de rayon R
			
$J_\Delta = mR^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$	$J_\Delta = mR^2$	$J_\Delta = \frac{2}{5}mR^2$

anneau de rayon R	disque de rayon R	barre de longueur L
		
$J_\Delta = mR^2$	$J_\Delta = \frac{mR^2}{2}$	$J_{\Delta'} = \frac{1}{3}mL^2$ $\quad J_\Delta = \frac{1}{12}mL^2$

II Actions mécaniques sur un solide

II.1 Résultante des forces s'exerçant sur un solide

Dans un référentiel galiléen, un point quelconque M_i du système $\mathcal{S}$ subit :

— une résultante des forces extérieures exercées par des éléments ne faisant par partie du système (actions à distance : poids, interaction électromagnétique, ou d'actions de contact : réaction du support, forces de pression) ; on la note $\sum_i \overrightarrow{F_{\text{ext}\to i}}$

— une résultante des forces intérieures exercées par une partie du système sur une autre partie du système, notée $\sum_{j\neq i} \overrightarrow{F_{j\to i}}$. D'après la 3e loi de Newton, ces forces s'annulent deux à deux.

Propriété

La résultante des actions mécaniques **intérieures** d'un système de points est nulle.

II.2 Moment des forces s'exerçant sur un solide

a) Moment des forces intérieures

Propriété

Moments des actions mécaniques intérieures : Le moment résultant des actions mécaniques intérieures d'un système de points est nul.

Démonstration :

Démontrer que le moment des actions mécaniques intérieures s'exerçant entre deux points P et Q est nul :

b) Moment des forces extérieures

Le moment des forces extérieures par rapport au point quelconque O est la somme des moments des différentes forces extérieures qui s'exercent sur chacun des points du solide. **De façon générale, le moment des actions extérieures doit se calculer en sommant les moments des actions extérieures s'exerçant sur chacun des points du solide.**

Certaines forces, bien que s'exerçant sur chaque point du solide, peuvent être modélisées par une unique force s'exerçant en un point particulier du solide : c'est par exemple le cas du poids et de la force électrostatique exercée par un champ uniforme.

Formule

Moment du poids :
L'action de la pesanteur sur un système $\mathcal{S}$ de masse m peut être décrite comme une unique **force** $m\overrightarrow{g}$ **appliquée au centre d'inertie** G **du système**. Le moment du poids $\overrightarrow{P}$ par rapport au point O s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathscr{M}_O}(\overrightarrow{P}) = \overrightarrow{OG} \wedge m\overrightarrow{g}$$

Démonstration :

Démontrer l'expression du moment de la force poids sur un solide par rapport au point O.

II.3 Notion de couple

Exemple :

Si on tient le volant d'une voiture (de rayon R) de façon diamétralement opposée, et que l'on exerce de chaque côté une force de même norme F mais opposées :

Q1. Que vaut la résultante ?

Q2. Que vaut le moment par rapport à l'axe de rotation du volant ?

Définition

Couple : Un couple est un ensemble d'actions mécaniques de résultante nulle et de moment non nul.

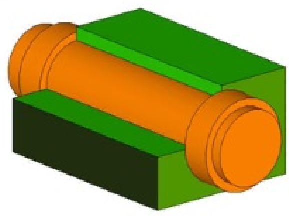
Remarques

- Par abus de langage, « couple » désignera souvent le moment du couple, et sera souvent noté $\vec{\Gamma}$.
- Le moment d'un couple est indépendant du point par rapport auquel on le calcule.

II.4 Liaison pivot d'axe Δ

Définition

Liaison pivot : Une liaison pivot d'axe Δ entre deux solides $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ est une liaison n'autorisant qu'une rotation de $\mathcal{S}_2$ par rapport à $\mathcal{S}_1$, autour d'un seul axe Δ, fixe par rapport à $\mathcal{S}_1$.



Remarques

- Une liaison pivot parfaite (ou idéale) exerce un moment nul selon l'axe Δ sur le solide $\mathcal{S}_2$.
- Une liaison pivot réelle exerce sur le solide $\mathcal{S}_2$ un couple de frottement solide, dont le moment par rapport à Δ est de signe opposé au sens de rotation (signe de ω).
- Si $\mathcal{S}_1$ est fixe dans $\mathcal{R}$, on l'appelle le stator, et $\mathcal{S}_2$ est le rotor.

III Étude dynamique d'un solide

III.1 Théorème de la quantité de mouvement

Loi fondamentale

Principe Fondamental de la Dynamique :
On étudie le système $\mathcal{S}$, solide de masse m, de centre d'inertie G, dans le référentiel $\mathcal{R}$ considéré galiléen à l'échelle de l'expérience, subissant des actions mécaniques de résultante $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}}$.
Le principe fondamental de la dynamique appliqué(e) à un solide fermé $\mathcal{S}$ dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen s'écrit :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p(\mathcal{S}/\mathcal{R})}}{\mathrm{d}t}\right)/\mathcal{R} = \sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} \quad \Leftrightarrow \quad m\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v(G/\mathcal{R})}}{\mathrm{d}t}\right)/\mathcal{R} = \sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} \quad \Leftrightarrow \quad m\overrightarrow{a(G/\mathcal{R})} = \sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}}$$

Le principe fondamental de la dynamique pour un solide permet de déterminer le mouvement de son centre d'inertie G, de la même façon qu'on étudiait le mouvement d'un point matériel.

Remarques

- Les actions mécaniques intérieures n'interviennent pas dans le mouvement du centre de masse d'un système.
- Pour un solide en translation, la connaissance du mouvement de G suffit pour connaître le mouvement de n'importe quel autre point du solide. La loi de la quantité de mouvement est donc adaptée pour étudier le mouvement d'un solide en translation.
- Pour un solide en rotation, la connaissance du mouvement de G n'est pas suffisante pour connaître le mouvement des autres points du solide. La loi de la quantité de mouvement n'est donc pas adaptée (ou insuffisante) pour étudier le mouvement d'un solide en rotation.

III.2 Théorème du moment cinétique

a) Énoncé du théorème et méthode

Loi fondamentale

Théorème scalaire du moment cinétique pour un solide :
Dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen, la dérivée temporelle du moment cinétique du solide par rapport à son axe de rotation Δ fixe dans $\mathcal{R}$ galiléen est égale à la somme des moments des forces extérieures par rapport à ce même axe :

$$\frac{\mathrm{d}L_\Delta(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{\mathrm{d}t} = \sum \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}(J_\Delta\omega)}{\mathrm{d}t} = \sum \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}} \quad \Leftrightarrow \quad J_\Delta\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \sum \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}}$$

avec :

J_Δ = moment d'inertie de $\mathcal{S}$ par rapport à l'axe orienté Δ, constant pour un solide

$\sum \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}}$ = moment résultant des actions mécaniques extérieures par rapport à l'axe orienté Δ

Démonstration :
Établir le théorème du moment cinétique à partir du principe fondamental de la dynamique.

Méthode

Méthode d'application du TMC sur un solide en rotation :

① Définir le **système** étudié : Solide de masse m et de moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe de rotation Δ (à définir).

② Préciser le **référentiel d'étude** *(supposé galiléen en 1ère année)*.

③ Faire un **schéma clair** et de taille suffisante.

④ Faire un **bilan des actions mécaniques** précis et complet.

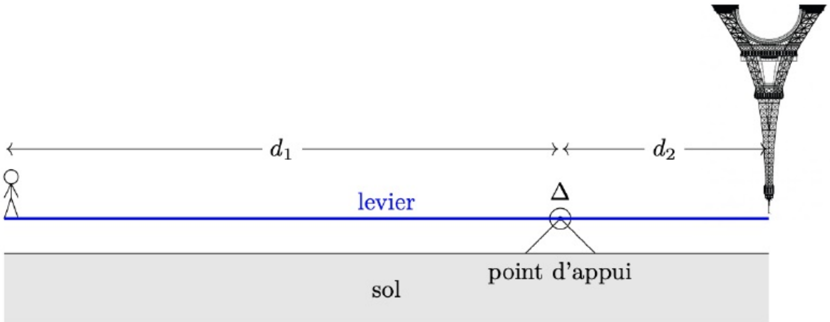
⚠ Ne pas oublier les actions mécaniques de liaison, notamment celle de la **liaison pivot**.

⑤ Écrire le **TMC par rapport à l'axe de rotation** du référentiel galiléen.

- Exprimer le moment cinétique par rapport à l'axe de rotation : $L_\Delta = J_\Delta \omega$
- Calculer la dérivée temporelle du moment cinétique calculé précédemment.
- Exprimer le moment des différentes actions mécaniques par rapport à l'axe de rotation Δ, en utilisant le **bras de levier** (ex : pour les forces connues comme le poids) ou l'expression fournie par l'énoncé (ex : action d'une liaison pivot non parfaite).

⑥ En déduire l'équation du mouvement : équation différentielle vérifiée par θ, avec $\dot{\theta} = \omega$.

b) Application à l'étude d'un équilibre



On cherche à déterminer quel levier est nécessaire pour soulever la tour Eiffel dans la situation ci-dessus. On représente la tour Eiffel à l'envers car on suppose pour simplifier que le point de contact entre le levier et cette dernière est ponctuel. Au niveau du point d'appui on suppose que la liaison est parfaite. Le système considéré est le levier dont on néglige la masse. On note $m_1 = 100\,\text{kg}$ la masse de la personne, $m_2 = 10000$ tonnes la masse de la tour Eiffel, et $d_2 = 1\,\text{m}$.

Application directe :

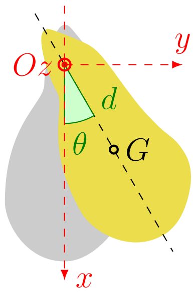
Q1. Faire l'inventaire des actions extérieures au système {levier}, puis déterminer leurs moments par rapport à Δ.

Q2. Appliquer le TMC au levier et établir la condition d'équilibre.

Q3. En déduire la distance d_1.

c) Application au pendule pesant

Un **pendule pesant** est un solide de masse m de forme quelconque mobile dans le champ de pesanteur terrestre autour d'un axe horizontal fixe ne passant pas par son centre de gravité G.
On note (Oz) l'axe de rotation du solide et $J_{(Oz)}$ le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Oz).
On suppose que la liaison entre le solide et le référentiel terrestre est une liaison pivot parfaite d'axe (Oz).
On repère la position du solide par l'angle θ que fait la droite (OG) avec la verticale descendante (Ox).
On note d la distance OG.



Application directe :

Q1. Faire l'inventaire des actions extérieures au pendule, puis déterminer leurs moments par rapport à Oz.

Q2. Appliquer le TMC au pendule et établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.

Q3. En déduire la/les positions d'équilibre. S'agit-il d'équilibre(s) stable(s) ?

Q4. Déterminer l'équation du mouvement de faible amplitude, et en déduire l'expression de $\theta(t)$ dans le cas.

IV Étude énergétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

IV.1 Énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Définitions

Énergie cinétique d'un solide : L'énergie cinétique d'un système $\mathcal{S} = \{M_i(m_i)\}_{i\in[1,n]}$ est égale à la somme des énergies cinétiques des points qui composent le système :

$$E_c(\mathcal{S}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \left\| \overrightarrow{v_i} \right\|^2$$

Cas d'un solide en translation : Pour un solide, de masse m, en translation, tous les points ont même mouvement, donc ils ont tous le même vecteur vitesse $\overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{v(G)}$. On a donc :

$$E_c(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} m \left\| \overrightarrow{v(G/\mathcal{R})} \right\|^2$$

$\Rightarrow$ Un solide en translation s'étudie donc comme un point matériel confondu avec le centre d'inertie G du solide qui concentrerait toute la masse du solide.

Cas d'un solide en rotation : Pour un solide $\mathcal{S}$ en rotation autour d'un axe $\Delta = (0; \overrightarrow{u_\Delta})$ fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$ d'étude, à la vitesse angulaire de rotation ω, on a :

$$E_c(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

avec J_Δ le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Δ de rotation.

Démonstration :
Démontrer la formule écrite ci-dessus de l'énergie cinétique d'un solide en rotation.

IV.2 Puissance et travail d'une force appliquée à un solide en rotation

Définition

Puissance des actions mécaniques extérieures : Pour un solide en rotation autour d'un axe Δ à la vitesse angulaire de rotation $\omega = \dot{\theta}$, on a :

$$P^{\text{ext}} = \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}} \times \omega$$

Travail d'une action mécanique extérieure entre $A(t_A, \theta_A)$ et $B(t_B, \theta_B)$:

$$W_{A\to B}^{\text{ext}} = \int_{t_A}^{t_B} P^{\text{ext}}\text{d}t = \int_{t_A}^{t_B} \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}}\omega\text{d}t = \int_{\theta_A}^{\theta_B} \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}}\text{d}\theta$$

Remarques

- Comme celles subies par un point matériel, les actions mécaniques exercées sur un solide peuvent être conservatives. Il existe alors une fonction énergie potentielle E_p tel que $\delta\mathcal{W}^{\text{ext}} = -\text{d}E_p$.
- La puissance des actions mécaniques intérieures d'un solide indéformable (tous les points restent à une distance constante les uns par rapport aux autres) est nulle.

IV.3 Théorèmes de la puissance et de l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Lois fondamentales

Soit $\mathcal{S}$ un solide (système indéformable) que l'on étudie dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen :

Théorème de la puissance cinétique :

$$\frac{\text{d}E_c(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{\text{d}t} = \sum P_{/\mathcal{R}}^{\text{ext}} = \sum \mathscr{M}_\Delta^{\text{ext}} \times \omega$$

Théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_B :

$$\Delta_{t_A\to t_B} E_c(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \sum \mathcal{W}_{t_A\to t_B}^{\text{ext}}$$

Avec $\Delta_{t_A\to t_B} E_c(\mathcal{S}/\mathcal{R})$ la variation de l'énergie cinétique du solide $\mathcal{S}$ par rapport à $\mathcal{R}$ entre les instants t_A et t_B.

Remarque

Les forces intérieures n'interviennent pas dans les lois de l'énergie et de la puissance cinétiques appliquées pour un solide.

Démonstration :

Démontrer que dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe, le théorème scalaire du moment cinétique et celui de l'énergie cinétique sont équivalents.