

# TD du chapitre 21

## Exercices d'application directe du cours

### Exercice n°1 Moteur Diesel

Dans le moteur diesel, la combustion n'est plus assurée par des bougies, on injecte le carburant uniquement après la compression ce qui provoque la combustion. Une mole de gaz parfait diatomique subit les transformations lentes suivantes, au cours desquelles on néglige tous les phénomènes dissipatifs (comme les frottements) :

- $E_1 \rightarrow E_2$  : compression adiabatique réversible ;
- $E_2 \rightarrow E_3$  : dilatation isobare ; phase de combustion provoquée par l'inflammation spontanée du mélange au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique  $Q_C$  en provenance d'une source chaude fictive.
- $E_3 \rightarrow E_4$  : détente adiabatique réversible ;
- $E_4 \rightarrow E_1$  : refroidissement isochore ; le gaz est en contact de l'atmosphère qui joue le rôle d'une source froide.

On note  $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}} = 1,4$ .

On note  $a = \frac{V_1}{V_2}$  et  $b = \frac{V_4}{V_3}$  les rapports volumétriques des transformations adiabatiques.

On donnera toutes les résultats des applications numériques avec trois chiffres significatifs.

### Pressions, températures et volumes aux différents états :

- Q1. Déterminer les expressions littérales de  $V_2$ ,  $V_3$  et  $V_4$  en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $V_1$ .
- Q2. Déterminer les expressions littérales de  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $\gamma$  et  $P_1$ .
- Q3. On donne  $a = 9$  ;  $b = 3$  ;  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;  $P_1 = 1,00 \text{ bar}$  ;  $T_1 = 300 \text{ K}$ .  
Déterminer numériquement les volumes  $V_i$ , les pressions  $P_i$  et les températures  $T_i$  pour  $i \in [1, 4]$ .  
Présenter les résultats sous forme de tableau.
- Q4. Tracer l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron.

### Rendement énergétique du moteur

- Q5. Calculer les travaux et les transferts thermiques échangés au cours des différentes transformations.
- Q6. Donner l'expression du rendement d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle en fonction des différents travaux et transferts thermiques échangés.
- Q7. Donner l'expression du rendement en fonction des quatre températures. Faire l'application numérique.
- Q8. Donner l'expression du rendement de Carnot d'un moteur fonctionnant entre les deux mêmes sources de chaleur. Faire l'application numérique.
- Q9. Comparer les deux valeurs de rendement. Commentaire.

**Exercice n°2 Étude d'un congélateur**

Un congélateur est placé dans une pièce à la température de  $20^\circ\text{C}$  supposée constante. Pour maintenir l'intérieur de ce congélateur à la température constante de  $-19^\circ\text{C}$ , il est nécessaire d'en extraire, par transfert thermique,  $400\text{ J}$  par heure. Cette opération est supposée être réalisée de manière réversible.

- Q1. Calculer le transfert thermique fourni à la pièce en une heure par l'agent thermique.
- Q2. Calculer la puissance à fournir par heure pour réaliser cette opération.
- Q3. Définir, puis calculer l'efficacité de cette machine frigorifique.

## Exercices ★

**Exercice n°3 Efficacité d'un réfrigérateur**

On modélise le fonctionnement d'une machine de réfrigération dans laquelle une masse  $m$  de fluide frigorigène subit les transformations suivantes :

- $A \rightarrow B$  : compression adiabatique dans le compresseur ;
- $B \rightarrow D$  : refroidissement et liquéfaction isobare de la vapeur dans le condenseur ;
- $D \rightarrow E$  : détente adiabatique et isenthalpique dans le détendeur ;
- $E \rightarrow A$  : vaporisation isobare dans l'évaporateur.

Les sources froide  $\Sigma_F$  (intérieur de l'enceinte à réfrigérer) et chaude  $\Sigma_C$  (milieu ambiant) sont assimilées à des thermostats de températures respectives  $T_F$  et  $T_C$  constantes.

Données :  $m = 1\text{ kg}$  ;  $T_F = 278\text{ K}$  ;  $T_C = 293\text{ K}$ , enthalpies massiques du fluide frigorigène dans les états représentés par les points  $A, B, C, D$  :  $h_A = 390\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $h_B = 449\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $h_C = 286\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

Un système fermé subit une transformation isobare qui le fait évoluer de de l'état initial  $i$  à l'état final  $f$ . Au cours de cette transformation le système reçoit les quantités d'énergie  $Q_{i \rightarrow f}$  par transfert thermique et  $W_{i \rightarrow f}$  par transfert mécanique (travail des forces de pression).

- Q1. Établir la relation entre la variation d'enthalpie  $\Delta H_{i \rightarrow f}$  du système et  $Q_{i \rightarrow f}$ .

On désigne par  $Q_F$  et  $Q_C$  l'énergie reçue par le fluide par transfert thermique, respectivement, au contact de la source froide et chaude, au cours du cycle défini ci-dessus.

- Q2. Exprimer  $Q_F$  et  $Q_C$  en fonction des données, puis les calculer numériquement.
- Q3. On désigne par  $W$  l'énergie reçue par le fluide par transfert mécanique (travail), au cours d'un cycle. Exprimer  $W$  en fonction des données, puis le calculer numériquement.

On désigne par  $S_F$  et  $S_C$  les valeurs algébriques des entropies échangées par le fluide, respectivement avec la source froide et la source chaude au cours du cycle.

- Q4. Exprimer  $S_F$  et  $S_C$  en fonction des données, puis les calculer numériquement.
- Q5. Calculer l'entropie créée  $S_{créée}$  au cours du cycle. Conclure.
- Q6. Calculer l'efficacité  $e$  de cette installation et la comparer à celle d'un cycle de Carnot.

**Exercice n°4 Congélation d'une masse d'eau**

Une masse  $m = 1\text{ kg}$  d'eau liquide, à la température initiale  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$  est placée dans un congélateur. Après un certain temps, l'eau est sortie du congélateur sous forme de glace à la température  $\theta_2 = -10^\circ\text{C}$ . On assimile le congélateur à une machine thermique effectuant des cycles réversibles entre le milieu extérieur de température constante  $\theta_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$  et l'intérieur du congélateur « réduit » à la seule masse  $m$  d'eau. Au cours d'un cycle, le fluide frigorigère n'effectue des transferts thermiques qu'avec le milieu extérieur (la source chaude) et l'eau (la source froide).

Données :

- capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_\ell = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
- capacité thermique massique de la glace :  $c_\ell = 2,1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
- enthalpie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$  (à  $P_{\text{atm}}$ ) :  $\Delta_{\text{extrm, fus}}h = 334 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
- puissance électrique du moteur :  $P = 50 \text{ W}$

On supposera que le moteur restitue intégralement, sous forme mécanique, l'énergie électrique qu'il reçoit.

- Q1. Faire un schéma du dispositif (sources, fluide) en représentant clairement les transferts thermiques  $Q_1$  entre l'eau et le fluide frigorigère, les transferts thermiques  $Q_2$  entre le milieu extérieur et le fluide frigorigère, et le travail (d'origine électrique)  $W$  réu par le fluide frigorigère.
- Q2. Exprimer  $Q_1$  en fonction des données. Faire l'application numérique.
- Q3. Établir, en justifiant brièvement, un bilan énergétique.
- Q4. Établir, en justifiant brièvement, un bilan entropique pour le système { fluide + eau + milieu extérieur }. En déduire la valeur de  $Q_2$ . Faire l'application numérique.  
Rappel : Pour une phase condensée, l'entropie molaire d'une phase condensée de capacité thermique molaire constante (indépendante de la température), ne dépend que de la température et s'écrit :  
$$S_m(T) = C_m \ln\left(\frac{T}{T_{\text{ref}}}\right) + S_{m,\text{ref}} .$$
- Q5. En déduire la durée  $\tau$  pendant laquelle l'eau est restée dans le congélateur. Faire l'application numérique en exprimant  $\tau$  en minutes.

## Exercices ★ ★

### Exercice n°5 Optimisation de la température d'un local

On souhaite maintenir la température d'un local à  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$  alors que la température extérieure est  $\theta_2 = -2^\circ\text{C}$ . L'énergie thermique nécessaire est de 32 MJ par heure. Par un système de chauffage central, on brûle  $a$  litres de fuel par jour ( $a$  est de l'ordre de 25 litres, sa valeur exacte n'intervient pas dans l'exercice).

- Q1. On utilise une pompe à chaleur fonctionnant réversiblement entre le local et l'extérieur, le fuel servant à faire fonctionner le moteur de cette pompe, comme nous le décrit la question 2. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur. En déduire la puissance consommée par le moteur de cette pompe.
- Q2. Deux conseillers proposent chacun un dispositif qu'ils déclarent thermodynamiquement plus avantageux que le chauffage central :
- dispositif du conseiller n° 1 : les  $a$  litres de fuel sont brûlés, l'énergie thermique  $Q$  récupérée permet d'assurer la vaporisation de l'eau d'une chaudière auxiliaire à la température  $\theta_3 = 210^\circ\text{C}$  qui sert de source chaude à un moteur ditherme réversible dont la source froide est le local, le travail fourni servant à faire fonctionner la pompe à chaleur étudiée à la question 1 ;
  - dispositif du conseiller n° 2 : le principe est le même mais la chaudière auxiliaire est à la température  $\theta_4 = 260^\circ\text{C}$  et le moteur fonctionne entre cette chaudière et l'air extérieur.

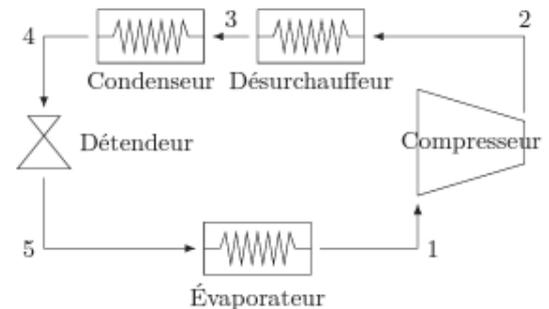
Dans les deux cas, on suppose que toute l'énergie thermique  $Q$  obtenue par combustion du fuel est fournie par la chaudière auxiliaire au fluide du moteur.

- (a) Représenter les schémas de principe des propositions des deux conseillers.
- (b) Dans les deux cas, calculer la durée  $\Delta t$  (en jours) pendant lequel le chauffage sera assuré avec les  $a$  litres de fuel.
- (c) Lequel de ces deux systèmes est le plus économique? Le système le plus économique tire-t-il son avantage de la température à laquelle fonctionne la chaudière auxiliaire ou cet avantage se maintient-il pour  $\theta_3 = \theta_4$ ? Expliquer.

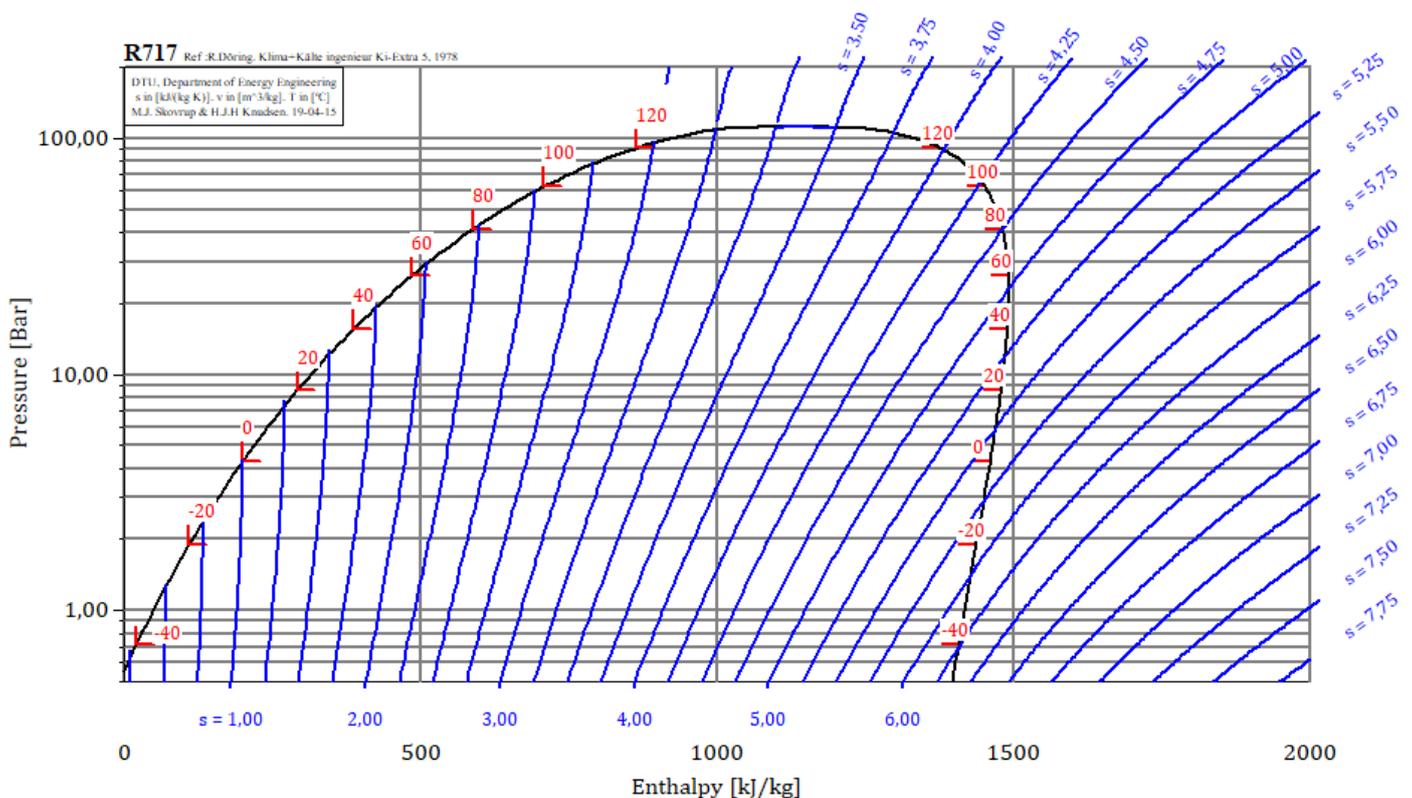
## Exercice n°6 Pompe à chaleur

Les pompes à chaleur actuelles reposent toutes sur un principe unique : un fluide frigorigène, comme l'ammoniac par exemple, parcourt des cycles récepteurs au cours desquels il va, en se condensant ou en se vaporisant, soutirer une quantité importante d'énergie thermique à une source froide (la partie à refroidir) et en céder au milieu extérieur (la partie à réchauffer).

Dans l'état (1), le fluide est à la pression  $P_1 = 5,0$  bar dans l'état de vapeur saturante. Il traverse le compresseur où il subit une compression adiabatique et réversible (isentropique) l'amenant dans l'état (2) à la pression  $P_2$ . Le passage dans le désurchauffeur l'amène de façon isobare à l'état de vapeur saturante (état (3)) à la température  $T_3 = 39^\circ\text{C}$ , puis le passage dans le condenseur l'amène de façon isobare à l'état de liquide saturant (état (4)). Il passe ensuite dans un détendeur dans lequel il subit une détente isenthalpique l'amenant dans l'état (5) à la pression  $P_5 = P_1 = 5,0$  bar. Il s'évapore ensuite de façon isobare dans l'évaporateur.



Q1. Placer les points (1), (2), (3), (4), (5) sur le diagramme ( $P, h$ ) de l'ammoniac ci-dessous :



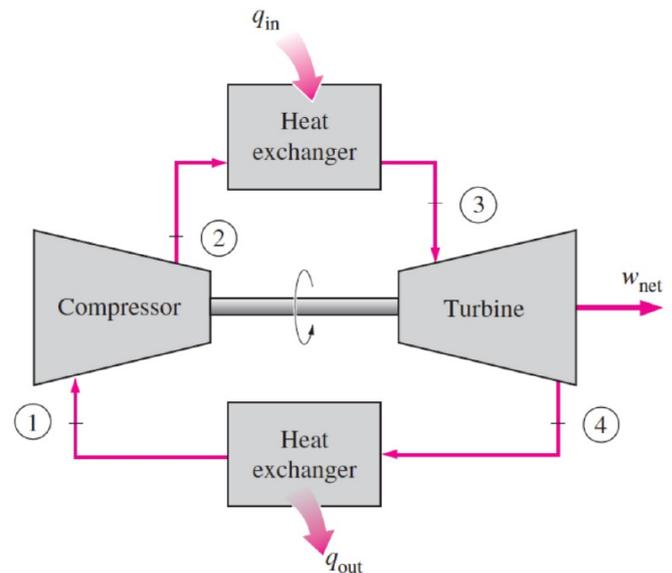
- Q2. Caractériser entièrement ces cinq états, en indiquant pour chacun leurs pression, enthalpie et entropie massique, titre en vapeur si nécessaire et, si possible, leur température. On pourra présenter les résultats sous forme de tableau.
- Q3. La machine étant une pompe à chaleur, au niveau de quel(s) organe(s) le fluide est-il en contact avec la source froide ? la source chaude ? Ces organes présentent-ils des pièces mobiles ?
- Q4. Déterminer le transfert thermique  $q_c$  reçu par le fluide de la part de la source chaude, le transfert thermique  $q_f$  reçu par le fluide de la part de la source froide, ainsi que le travail utile reçu par le fluide lors de la traversée du compresseur.
- Q5. Lors du passage à travers le détendeur, le fluide reçoit-il un travail utile ? un transfert thermique ?

- Q6. Définir le coefficient de performance  $COP$  (ou efficacité) de cette pompe à chaleur et le calculer numériquement.
- Q7. Sachant que la température de la source froide est  $T_f = 7,0^\circ\text{C}$  et que celle de la source chaude est  $T_c = 20^\circ\text{C}$ , quel serait le coefficient de performance de Carnot  $COP_c$  correspondant ? Commenter.

### Exercice n°7 Cycle de Brayton

Les réacteurs nucléaires de quatrième génération, qui pourraient entrer en service dans les années 2030, devront être sûrs et présenter un rendement important. Une des options étudiées est le réacteur à très haute température utilisant de l'hélium comme fluide caloporteur, ce qui permettrait d'améliorer l'efficacité de la conversion énergétique et en sus de produire du dihydrogène. Dans ces installations de forte puissance, on utilise le cycle de Brayton pour extraire du travail et, en fin de compte, produire de l'électricité.

Le gaz circule dans l'installation dont un schéma simplifié figure ci-contre, sur lequel c'est le sens des flèches qui indique le sens du transfert (les grandeurs échangées ne sont pas algébrisées selon les conventions habituelles par rapport au système). Le gaz échange du travail dans le compresseur et la turbine. Le travail libéré dans la turbine sert d'une part à faire fonctionner le compresseur (turbine et compresseur sont montés sur le même axe) et d'autre part à produire de l'électricité via un alternateur. Les transferts thermiques ont lieu dans deux échangeurs de chaleur.



Le gaz caloporteur est de l'hélium, assimilé à un gaz parfait monoatomique ( $\gamma = 5/3$ ) de capacité thermique isobare  $c_P = 10,4 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Il suit le cycle de Brayton, constitué de deux isobares et de deux isentropiques :

- compression adiabatique réversible du point ① (300 K, 20 bar) vers le point ② (125 bar) ;
- chauffage isobare du point ② vers le point ③ (1300 K) ;
- détente adiabatique réversible du point ③ vers le point ④ où il retrouve la pression de 20 bar ;
- refroidissement isobare de ④ vers ①.

On étudie le régime stationnaire. Dans toutes les transformations, les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide sont négligeables. On pose  $r = P_2/P_1$ .

- Q1. Retrouver l'équation d'une isobare puis représenter l'allure du cycle dans le diagramme entropique ( $T, s$ ).
- Q2. Montrer que pour une transformation isentropique on a  $TP^{-\beta} = \text{cte}$ , avec  $\beta > 0$  un nombre à préciser. En déduire les températures  $T_2$  et  $T_4$ .
- Q3. Déterminer le travail indiqué algébrique reçu par le gaz entre ① et ② puis entre ③ et ④. En déduire le travail net  $w_{\text{net}}$  fourni à l'alternateur.
- Q4. Déterminer les transferts thermiques  $q_{\text{in}}$  et  $q_{\text{out}}$ .
- Q5. Définir le rendement du cycle et le calculer numériquement. Montrer qu'il vaut littéralement  $1 - r^{-\beta}$ .
- Q6. Exprimer  $w_{\text{net}}$  en fonction de  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $c_P$ ,  $\beta$  et  $r$ . Montrer que la valeur de  $r$  choisie permet de maximiser le travail  $w_{\text{net}}$  fourni à l'alternateur.

---

## Résolution de problème

---

Vous achetez six bouteilles de 1 L de jus de fruit que vous rangez dans votre réfrigérateur. Une heure plus tard, elles sont à la température du frigo.

Combien vous coûte ce refroidissement ?

Données :

- l'efficacité thermodynamique du réfrigérateur vaut 70% de l'efficacité de Carnot ;
- l'isolation imparfaite du réfrigérateur se traduit par des fuites thermiques de puissance 10 W ;
- capacité thermique massique de l'eau liquide :  $4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- tarifs EDF : 1 kWh coûte 0,15€