Chapitre 22 : Champ magnétique

Dans ce chapitre, nous allons d'abord identifier les sources de champ magnétique puis nous nous intéresserons aux conséquences macroscopiques de la présence d'un champ magnétique sur les systèmes possédant un moment magnétique (circuits électriques traversés par un courant électrique ou aimants permanents). Pour cela, nous ferons intervenir la force de Lorentz (étudiée au chapitre 10), qui est responsable du mouvement de particules chargées dans un champ magnétique. Nous nous limiterons à des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés.

Plan du cours

À savoir	
Allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.	I.5,I.6
Dispositifs permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.	I.5,I.6
Ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM,dans le cas du champ magnétique terrestre.	I.3
Définition du moment magnétique associé à une boucle de courant plane.	II.2
Ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.	II.3
Expression de la densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.	III.1
Expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.	III.2
Expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.	III.3

À savoir faire	
Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.	**TD1**
Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.	**TD2**
Orienter le champ magnétique créé par une bobine « infinie » et connaître son expression.	**TD2,4**
Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique	**TD5**
Établir l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.	**TD6,7**
Évaluer la puissance des forces de Laplace dans le cas des rails de Laplace.	**TD7**
Établir l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.	**TD8**

I Le champ magnétique

I.1 Notion de champ

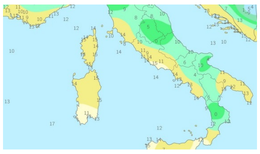
Définition

Champ : c'est un outil physique associant à chaque point de l'espace une grandeur physique, scalaire (→ champ scalaire) ou vectorielle (→ champ vectoriel), qui dépend de l'espace et du temps.
Un champ est dit uniforme dans une région de l'espace si à t donné ses caractéristiques sont les mêmes en tout point de cette région.
Un champ est dit permanent ou stationnaire s'il ne dépend pas de t : la grandeur physique est le même à tout instant, en un point M donné.

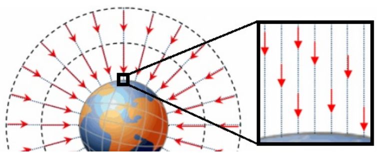
Remarques

- Les champs vectoriels (électrique, magnétique, de gravitation, de pesanteur) sont les intermédiaires qui transmettent les actions mécaniquement observables. Ils contiennent une certaine énergie, fournie à l'objet qui se met en mouvement.
- Pour représenter un champ de vecteurs, on passe aux lignes de champ en traçant les courbes qui sont en tout point tangentes aux vecteurs. Pour garder l'information sur la norme du champ, on prend en général la convention que plus la norme est importante, plus on dessine des lignes de champs serrées.

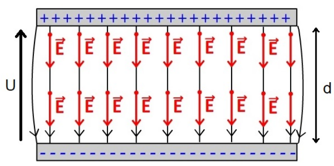
Exemples :



Le champ de température est un champ scalaire.



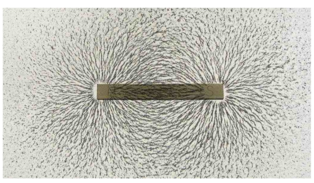
Le champ gravitationnel est un champ vectoriel. Au voisinage de la Terre, il peut être considéré uniforme (→ champ de pesanteur).



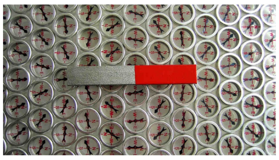
Le champ électrique est champ vectoriel. Entre les plaques d'un condensateur, il est uniforme, perpendiculaire aux plaques, dirigé du + vers le - et de norme $E = \frac{U}{d}$

I.2 Le magnétisme

Dès l'antiquité, les hommes remarquent qu'un minerai naturel, appelé « magnétite » (essentiellement de l'oxyde de fer), a la propriété d'attirer de petits morceaux de fer. Cette interaction est appelée **magnétisme**, les solides capables d'attraction magnétique étant appelés **aimants**. On constate que les aimants, quelle que soit leur forme et leur taille, sont **polarisés** (= ils ont un pôle Nord et un pôle Sud). Si un aimant est brisé, chacun des éclats possède à nouveau deux pôles.



Observations: On peut visualiser le champ magnétique d'un aimant en disposant à sa proximité de la limaille de fer (= des petits « grains » de fer de forme allongée) : la limaille de fer dispose selon une géométrie particulière. Les copeaux de fer s'alignent allant d'un pôle à un autre.

> **Remarque**
>
> 
>
> Si on place un ensemble de boussoles (c'est-à-dire des petits aimants) au niveau de l'aimant, on remarque de plus que ceux-ci s'orientent dans la même direction le long d'une ligne.

Interprétation en utilisant un champ comme intermédiaire :
Rappel: un champ magnétique dévie des particules chargées. L'aimant a donc une action à distance sur les électrons. On peut décrire ce phénomène en deux étapes :

— la présence de l'aimant modifie les propriétés de l'espace autour de lui en créant un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ en tout point.

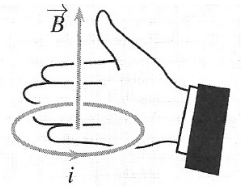
— l'électron, particule chargée, en mouvement dans la région de l'espace où règne le champ $\overrightarrow{B}$ subit la force de Lorentz : $\overrightarrow{F_{\text{mag}}} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$

I.3 Sources de champ et ordres de grandeur

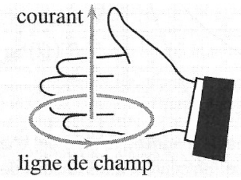
Un champ magnétique peut être créé par :

- **un matériau ferromagnétique :** c'est matériau dont les atomes comportent un ou des électrons non appariés, dont les spins peuvent s'orienter dans le sens d'un champ magnétique extérieur appliqué et interagir entre eux, ce qui fixe leur orientation, même si on supprime $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$. On distingue :
  — les ferromagnétiques durs : leur champ rémanent est intense, persiste très longtemps, même en présence de petits champs magnétiques externes. On les utilise pour fabriquer les aimants permanents. Exemples : alliage AlNiCo, magnétite, aciers spéciaux (alliage néodyme-fer-bore,...)

  — les ferromagnétiques doux : leur champ rémanent est fort, mais est facilement réorienté par l'application d'un champ magnétique extérieur. On les utilise dans les moteurs, les transformateurs, les alternateurs, où ils sont soumis à des champs magnétiques variables. Exemples : le fer, et les aciers spéciaux dits « fer doux » (alliage fer-nickel-molybdène, fer-silicium,...)
- **un courant :**
  — une spire parcourue par un courant crée un champ $\overrightarrow{B}$ perpendiculaire à la spire, on le détermine avec la règle de la main droite : I sort par les ongles des 4 doigts (index à auriculaire) , $\overrightarrow{B}$ est donné par le pouce ;

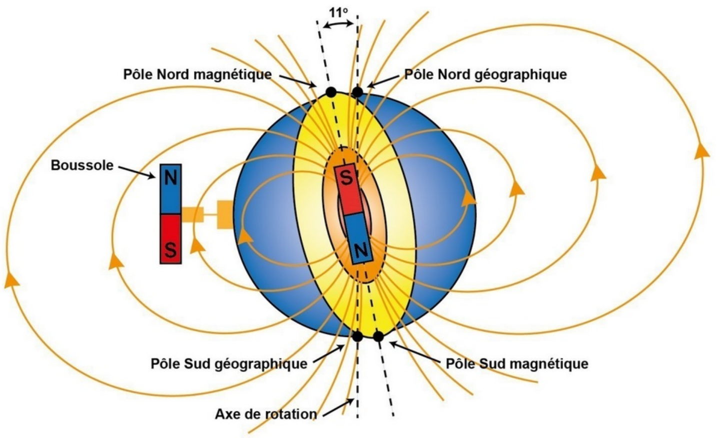
  

  — un fil parcouru par un courant créé un champ $\overrightarrow{B}$ qui s'enroule autour du fil, on le détermine aussi règle de la main droite : I sort par l'ongle du pouce, les 4 autres doigts donnent le sens de $\overrightarrow{B}$.

  ⇒ **Tout circuit électrique**, parcouru par un courant est source de champ magnétique.

- **le noyau de la Terre :** le noyau externe de la Terre est composé essentiellement de fer (matériau conducteur), en fusion car à haute température. Les mouvements de convection de magma, comme tout courant, un champ magnétique. La carte de ce champ est assez complexe, mais globalement, on peut le modéliser comme le champ créé par un aimant droit, dont le pôle Nord est actuellement situé proche du pôle Sud géographique.



Propriétés

Sources et ordres de grandeur de champ magnétique :

— Le champ magnétique, noté $\overrightarrow{B}$ est créé par des aimants, des conducteurs parcourus par des courants et la Terre.

— Ordres de grandeur :

Source	Terre	Aimant usuel	Appareil IRM
Valeur en tesla	$4{,}7 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$	$0{,}1\,\mathrm{T}$ à $1\,\mathrm{T}$	plusieurs T

Remarque

Dans le vide, la norme du champ magnétique créé par un courant est proportionnelle à l'intensité de ce courant (voir partie I.4).

I.4 Carte de champ

Définitions

Ligne de champ magnétique : c'est une courbe orientée tangente en tout point au champ magnétique.

Carte de champ : c'est la visualisation du champ vectoriel dans une région donnée de l'espace, sur laquelle sont tracées plusieurs lignes de champ. Dans les zones où le champ magnétique est uniforme, les ligne de champ sont parallèles entre elles et régulièrement espacées.

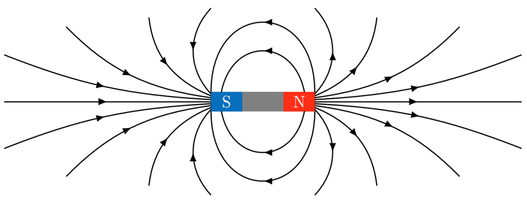
Remarque

Il y a perte d'informations dans cette représentation car la valeur de $|\overrightarrow{B}|$ n'est pas connue, mais on peut quand même connaître l'évolution de sa valeur : le champ magnétique est d'autant plus intense que les ligne de champ sont rapprochées, et inversement, dans les zones de champ faible, les lignes de champ sont espacées.

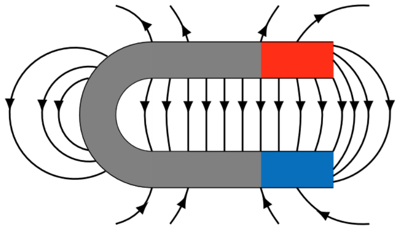
Méthode : Analyse d'une carte de champ

- **Propriétés générales**
  - Les lignes de champ magnétique sont toujours fermées.
  - Si deux lignes de champ se coupent en un point, alors le champ est nul en ce point.
  - Dans une zone de champ magnétique uniforme, les lignes de champ magnétique sont parallèles entre elles.
  - Le champ magnétique augmente dans des zones où les lignes de champ se resserrent. Le champ magnétique diminue dans les zones où les lignes de champ s'éloignent.
- **Lignes de champ des aimants**
  - Les lignes de champ magnétique d'un aimant quittent le pôle nord de l'aimant et entrent par le pôle sud.
- **Lignes de champ d'un circuit électrique**
  - Les lignes de champ magnétique d'un circuit électrique filiforme entourent les fils électriques : on dit qu'elles enlacent les courants qui les créent.
  - Le sens des lignes de champ magnétique est imposé par la règle de la main droite : le courant entre par la base des doigts et le pouce donne le sens du champ magnétique

I.5 Champs magnétiques créés par des aimants



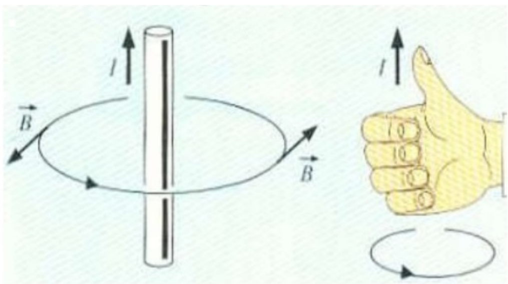
a) Champ magnétique créé par un aimant droit



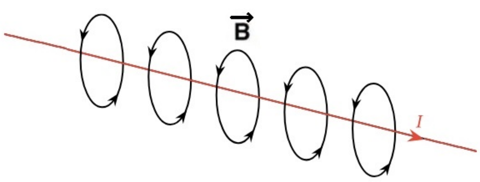
b) Champ magnétique créé par un aimant en U : le champ $\overrightarrow{B}$ est uniforme dans l'entrefer

I.6 Champs magnétiques créés par des courants

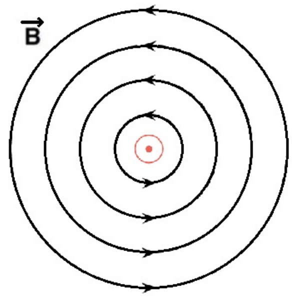
a) Fil infini



a) Visualisation du champ magnétique avec la règle de la main droite



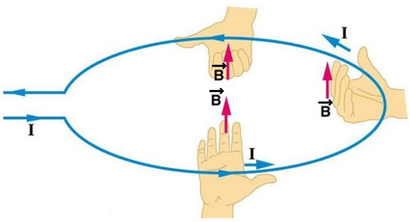
b) Lignes de champ magnétique, vue en 3D



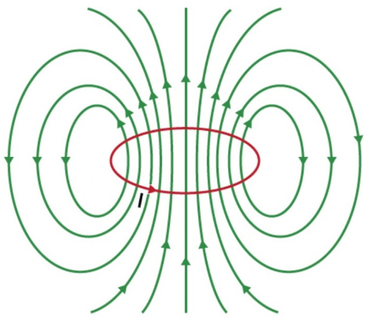
c) Lignes de champ magnétique, vue en coupe

> **Remarque**
>
> Un fil infini parcouru par un courant continu I crée à distance r un champ : $\overrightarrow{B} = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}\,\overrightarrow{u_\theta}$, avec $\mu_0 = 4\,\pi\,.\,10^{-7}$ USI, la perméabilité magnétique du vide.

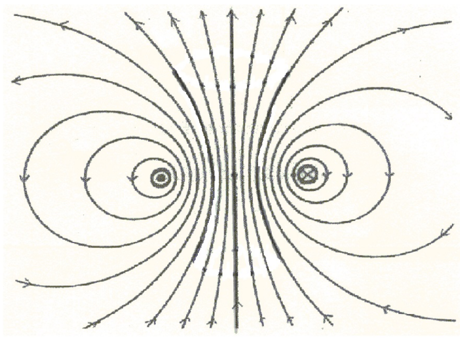
b) Spire circulaire



a) Visualisation du champ magnétique avec la règle de la main droite



b) Lignes de champ magnétique, vue en 3D



c) Lignes de champ magnétique, vue en coupe

> **Remarque**
>
> Le champ magnétique au centre d'une spire circulaire, de rayon r et d'axe Oz, parcourue par un courant i, vaut $\overrightarrow{B(O)} = \dfrac{\mu_0 i}{2r}\overrightarrow{u_z}$, et au fur et à mesure que l'on s'éloigne sur l'axe Oz sa norme diminue : $\overrightarrow{B(z)} = \dfrac{\mu_0 i}{2}\dfrac{r^2}{z^3}\overrightarrow{u_z}$

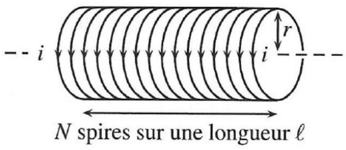
Application directe :
Quelle doit être l'intensité du courant dans une spire de rayon $r = 5\,\text{cm}$ pour générer en son centre un champ magnétique de norme $1{,}25\,\text{mT}$?

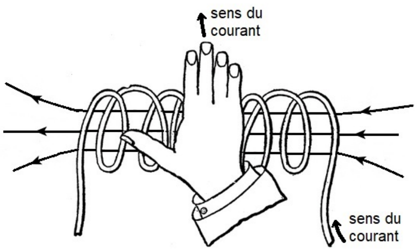
c) Bobines

Définition

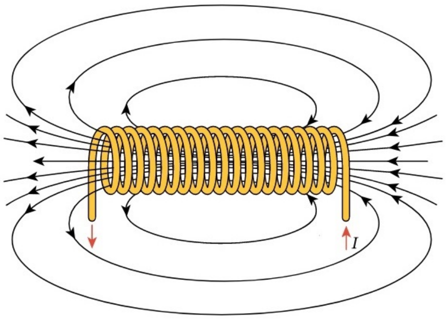
Bobine : C'est un enroulement de fil sur un support généralement cylindrique. L'intérêt est de faire de nombreux tours pour obtenir un champ magnétique plus important.

Une bobine est caractérisée par :
- — sa longueur ℓ
- — son rayon r
- — son nombre de spires N

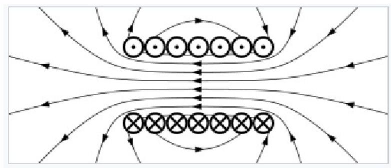




a) Visualisation du champ magnétique avec la règle de la main droite



b) Lignes de champ magnétique, vue en 3D

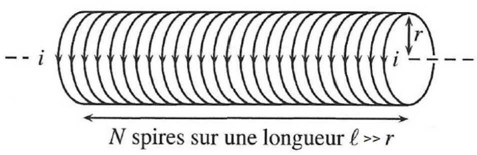


c) Lignes de champ magnétique, vue en coupe

Remarque
Une bobine plate (de faible longueur par rapport à son rayon : $\ell \ll r$) comportant N spires peut être assimilée à N spires confondues donc l'allure du champ magnétique est la même que pour une spire, il est simplement N fois plus intense. En son centre on a donc : $\overrightarrow{B(O)} = \dfrac{\mu_0 N i}{2r}\overrightarrow{u_z}$

Définition et propriétés

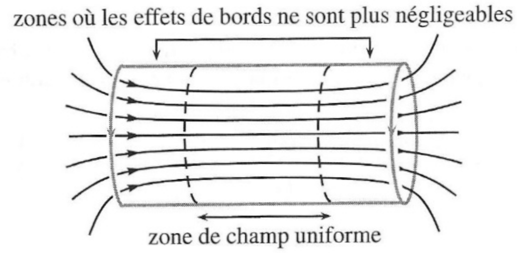
Solénoïde : C'est une bobine de grande longueur par rapport à son rayon : $\ell \gg r$.

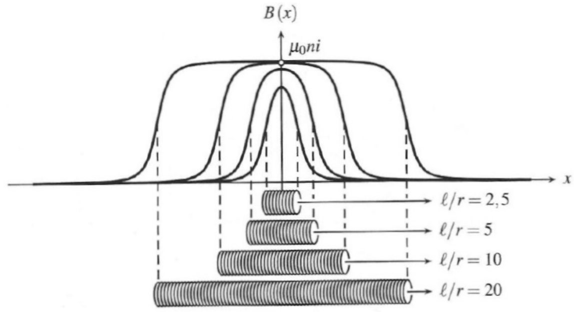


Pour un **solénoïde infini**, c'est-à-dire de très grand rapport longueur / rayon ($\ell/r \gg 1$), d'axe Oz, avec N spires au total et n spires par unité de longueur, soit $n = N/\ell$:
- — le champ à l'intérieur est uniforme, le long de l'axe des spires, proportionnel à l'intensité traversant les spires et à leur densité linéique n : $\overrightarrow{B_{\text{int}}} = \mu_0\, n\, i\, \overrightarrow{u_z}$
- — le champ à l'extérieur est nul : $\overrightarrow{B_{\text{ext}}} = \overrightarrow{0}$

Remarque

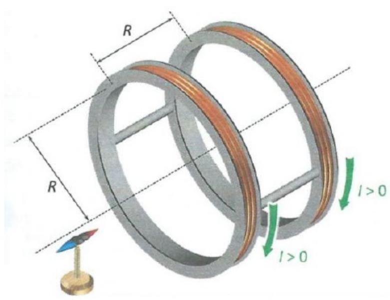
Plus la bobine est longue, par rapport à son rayon, plus la zone touchée par les effets de bords est étroite :

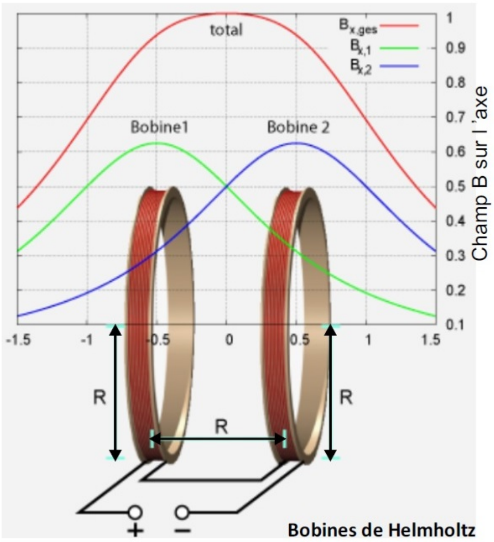


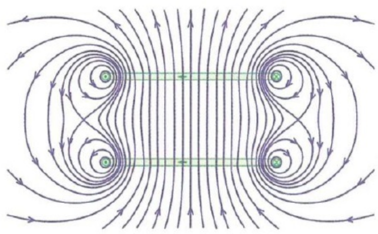


Définition et propriétés

Bobines de Helmoltz : Il s'agit de deux bobines de même rayon R, de N spires chacune, de même axe Oz, séparées par une distance R : $L \gg R$.
L'intérêt de ce dispositif est de créer un champ uniforme entre les bobines lorsqu'elles sont parcourues par un courant de même intensité.







a) Dispositif des bobines de Helmoltz

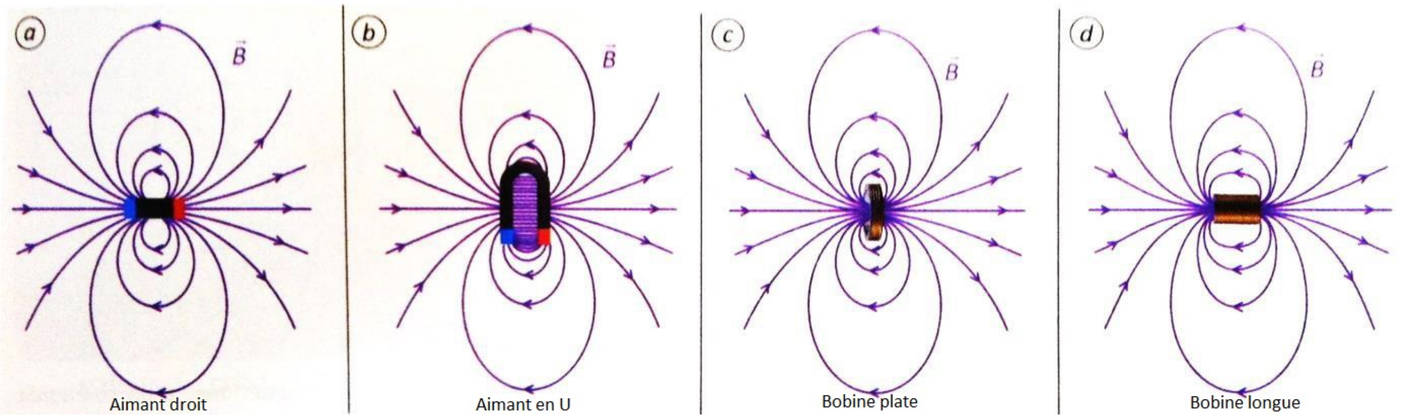
b) Addition des champs créés par les 2 bobines

c) Lignes de champ magnétique, vue en coupe

Application directe :

Donner les 3 dispositifs permettant d'obtenir un champ magnétique uniforme.

II Moment magnétique



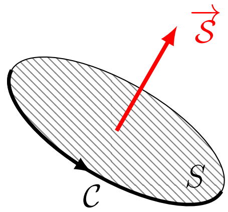
À distance d'observation grande devant la taille de la source du champ magnétique, on remarque que les cartes de champ d'un aimant droit, d'un aimant en U, d'une spire circulaire ou d'un solénoïde sont identiques. À à grande distance, tous ces dispositifs sont équivalents à un dispositif de base : la spire circulaire, on dit qu'ils constituent des **dipôles magnétiques**. Afin de les comparer, on introduit leur moment magnétique $\overrightarrow{m}$.

II.1 Vecteur surface

Définition

Vecteur surface $\overrightarrow{S}$ associé à une boucle de courant plane $\mathcal{C}$:

- direction : orthogonale au plan défini par la boucle plane $\mathcal{C}$.
- sens : donné par la **règle de la main droite**.
- norme : la surface S.

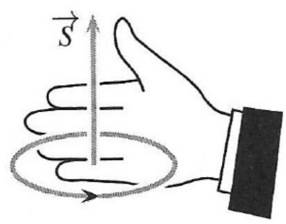


Méthode

Comment déterminer le sens du vecteur surface $\overrightarrow{S}$?

① Orienter la boucle de courant (= choisir le sens positif) en mettant une flèche sur la boucle de courant.

② Utiliser la règle de la main droite : les 4 doigts autres que le pouce **de la main droite** épousent la courbe dans le sens de l'orientation choisi (la flèche « sort par les ongles »)



③ Le pouce indique alors le sens de $\overrightarrow{S}$, représenter le vecteur $\overrightarrow{S}$

Remarque

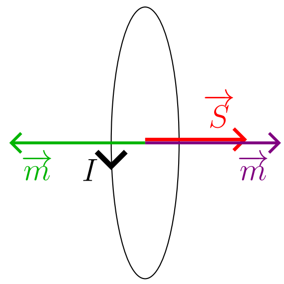
On note aussi le vecteur surface $\overrightarrow{S} = S\overrightarrow{n}$ avec $\overrightarrow{n}$ = vecteur unitaire orthogonal à la surface définie par la boucle plane.

II.2 Moment magnétique d'une boucle plane

Définition

Moment magnétique : c'est le vecteur $\overrightarrow{m} = I\overrightarrow{S}$

Caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{m}$ de la boucle de courant plane :



- direction : orthogonale au plan défini par la boucle plane
- sens :
  si $I > 0$: $\overrightarrow{m}$ est de même sens que $\overrightarrow{S}$ ($\rightarrow$ règle de la main droite)
  si $I < 0$: $\overrightarrow{m}$ est de sens opposé à $\overrightarrow{S}$.
- norme : $\left\|\overrightarrow{m}\right\| = |I| \times S$ en $\mathrm{A{\cdot}m^2}$

Le moment magnétique d'un **circuit comportant N spires planes identiques coaxiales parcourues par le même courant** s'écrit

$$\overrightarrow{m} = NI\overrightarrow{S}$$

avec $\overrightarrow{S}$ le vecteur surface d'une des spires planes coaxiales.

II.3 Moment magnétique d'un aimant permanent

Les lignes de champ d'un aimant étant identiques à grande distance aux lignes de champ d'une boucle de courant plane, on étend la notion de moment magnétique aux aimants. Toutefois, ceux-ci ne sont parcourus par aucun courant interne donc le moment magnétique d'un aimant ne s'écrit pas en fonction d'une surface et d'un courant.
Les atomes possèdent un moment magnétique (de l'ordre de $1 \times 10^{-23}\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$) mais en général, dans la matière, les champs magnétiques créés par ces moments magnétiques s'annulent, car leur orientation est aléatoire. En revanche, dans un aimant permanent, tous les moments magnétiques sont sensiblement alignés, et leurs effets s'ajoutent.
Le moment magnétique d'un aimant dépend de sa taille :

$$\underset{(\text{en } \mathrm{A{\cdot}m^2})}{\text{Moment magnétique}} = \underset{(\text{en } \mathrm{m^3})}{\text{volume de l'aimant}} \times \underset{(\text{en } \mathrm{A{\cdot}m^{-1}})}{\text{aimantation volumique}}$$

La norme du moment magnétique d'un aimant usuel (en alliage Néodyme-Fer-Bore) est généralement comprise entre 0,1 et $10\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$.

Le magnétisme terrestre est dû aux matériaux ferromagnétiques (fer et nickel) présents dans le noyau. Du point de vue magnétique, la Terre se comporte comme un dipôle magnétique qui serait situé en son centre, de moment $m_{\text{Terre}} \approx 8 \times 10^{22}\,\mathrm{A{\cdot}m^2}$, dont l'axe est actuellement incliné d'une dizaine de degrés par rapport à l'axe de rotation de la planète sur elle-même.

II.4 Lien avec le champ magnétique

Propriété

Le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ associé à tout dipôle magnétique, quelle que soit sa nature, permet d'avoir des informations sur le champ magnétique généré par ce dipôle :

— La direction de $\overrightarrow{m}$ définit l'axe de révolution des ligne de champ magnétique créé par le dipôle.

— La norme du champ créé est proportionnelle à la norme du moment : $B \propto \|\overrightarrow{m}\|$.

II.5 Ordres de grandeur

Application directe :

Compléter le tableau ci-dessous en indiquant les ODG des normes des moments magnétiques :

Moment magnétique de ...	norme de $\overrightarrow{m}$
une spire de 10 cm de diamètre parcourue par un courant $I \sim 1\,\mathrm{A}$	$m \simeq$
un aimant permanent puissant	$m \simeq$
un électron	$\mu_B \simeq$ = magnéton de Bohr, dû au moment cinétique orbital de l'électron et à son spin
la Terre	$m_{\text{Terre}} \simeq$

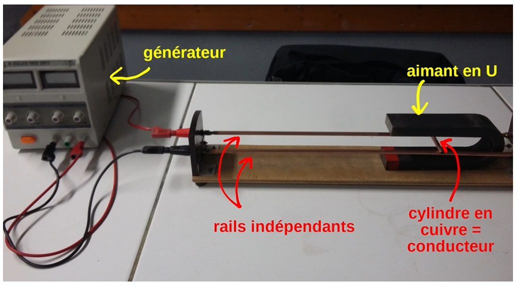
III Actions d'un champ magnétique

III.1 Force de Laplace

a) Observations expérimentales

Expérience de cours

On utilise le dispositif tiré du nom de Pierre-Simon de Laplace, mathématicien, astronome et physicien français (1749 - 1827). On place une tige cylindrique et conductrice sur deux rails conducteurs et horizontaux dans l'entrefer d'un aimant en U qui crée un champ magnétique stationnaire et (quasi) uniforme.



Q1. On fait circuler un courant permanent dans les barres et la tige. Qu'observe-t-on ?

Q2. On change le sens du courant. Qu'observe-t-on ?

Q3. On tourne l'aimant en U de 180°. Quelle grandeur modifie-t-on et comment ? Qu'observe-t-on ?

Q4. Résumer les facteurs dont semblent dépendre le phénomène observé.

b) Origine microscopique de la force de Laplace

On considère une portion de conducteur métallique, de longueur $\mathrm{d}\ell$, et de section S parcouru par un courant électrique d'intensité I constante, dû au déplacement des électrons libres, dont on note :

- n : la densité volumique (nombre d'électrons libres par m^3)
- $-e$: la charge portée par chacun
- v : la vitesse moyenne

Le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ qui règne dans le conducteur est considéré comme homogène.

Démonstration :

Donner l'expression de la force de Lorentz subie par chaque charge :

Donner l'expression de la force de Lorentz subie l'ensemble des charges se trouvant dans un tronçon de conducteur de longueur $\mathrm{d}\ell$:

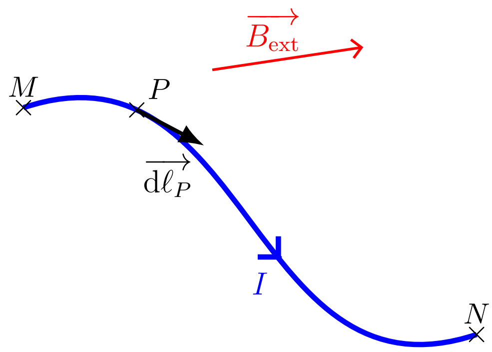
Faire le lien entre la vitesse des électrons et l'intensité I traversant une section S du conducteur : (ici I = valeur de l'intensité, le signe de l'intensité algébrique étant donné par le vecteur $\overrightarrow{v}$)

En déduire l'expression de la force subie par le tronçon de conducteur :

c) Force de Laplace

Définition

Force de Laplace :
Soit une portion MN d'un circuit filiforme fermé parcouru par un courant électrique I, plongée dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.
$\mathrm{d}\overrightarrow{\ell_P}$ est l'élément de longueur $\mathrm{d}\ell$ dans le sens du courant I, et tangent au conducteur en P.



L'élément de conducteur $\mathrm{d}\overrightarrow{\ell_P}$ au niveau du point P subit la force élémentaire de Laplace $\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(P)$:

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}(P) = I\mathrm{d}\overrightarrow{\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}$$

Le fil conducteur MN subit la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}$:

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = \int_{P\in\widehat{MN}} \left(I\mathrm{d}\overrightarrow{\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}\right)$$

⚠ L'intégrale doit être calculée **dans le sens du courant**.

Si le conducteur est fermé, alors on note la force de Laplace :

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = \oint_{P\in\text{circuit fermé}} I\mathrm{d}\overrightarrow{\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}$$

Remarque

Il ne faut pas confondre :

- Le champ magnétique propre créé par le circuit lui-même,

et

- Le champ magnétique extérieur imposé au circuit par un élément extérieur au circuit.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

- La force de Lorentz : force sur une particule chargée en mouvement dans $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$,

et

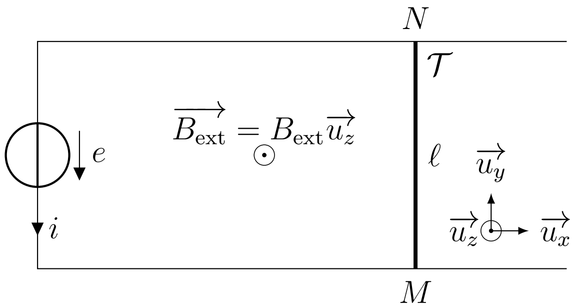
- La force de Laplace : force sur un conducteur parcouru par un courant électrique plongé dans $\overrightarrow{B}$.

(même si physiquement les deux ont la même origine)

III.2 Barre conductrice en translation

a) Position du problème

Une tige $\mathcal{T}$, conductrice, de longueur ℓ est posée sur deux rails, eux aussi conducteurs, nommés rails de Laplace. L'ensemble forme un circuit électrique fermé, parcouru par un courant i, créé par un générateur de fem e. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et permanent $\overrightarrow{B_{\text{ext}}} = B_{\text{ext}}\overrightarrow{u_z}$, orthogonal au plan des rails.



b) Résultante

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour exprimer la résultante de la force de Laplace s'exerçant sur la tige $[MN]$.

① Donner l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la barre $[MN]$ à l'aide d'une intégrale.

aux bornes de l'intégrale qui doivent être dans le sens du courant.

② Exprimer la force de Laplace subie par la barre sous la forme $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

③ Donner la direction de la force. Expliquer de quoi dépend le sens de la force.

④ Exprimer $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ en fonction de i, ℓ et B_{ext}.

c) Puissance

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour exprimer la puissance de la force de Laplace.

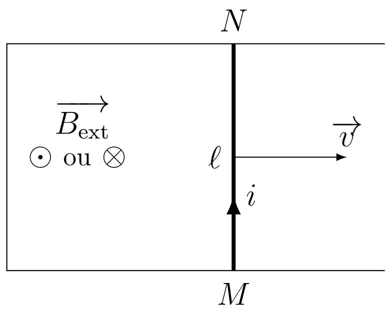
① Rappeler l'expression de la puissance d'une action mécanique s'exerçant sur un solide en translation.

② Exprimer la puissance de la force de Laplace s'exerçant sur la barre précédente.

Synthèse : Actions mécaniques de Laplace sur les rails de Laplace

Les actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur :

— une barre conductrice,
— en translation rectiligne, avec le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$,
— parcourue par un courant i,
— posée sur deux rails parallèles (rails de Laplace),
— et placée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre



sont de :

Résultante :

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$$

Puissance :

$$P_{\mathcal{L}} = \left(i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}\right) \cdot \overrightarrow{v}$$

$\overrightarrow{MN}$: vecteur dirigé dans le sens du courant i, de norme égale à la longueur ℓ de la tige

III.3 Spire rectangulaire en rotation

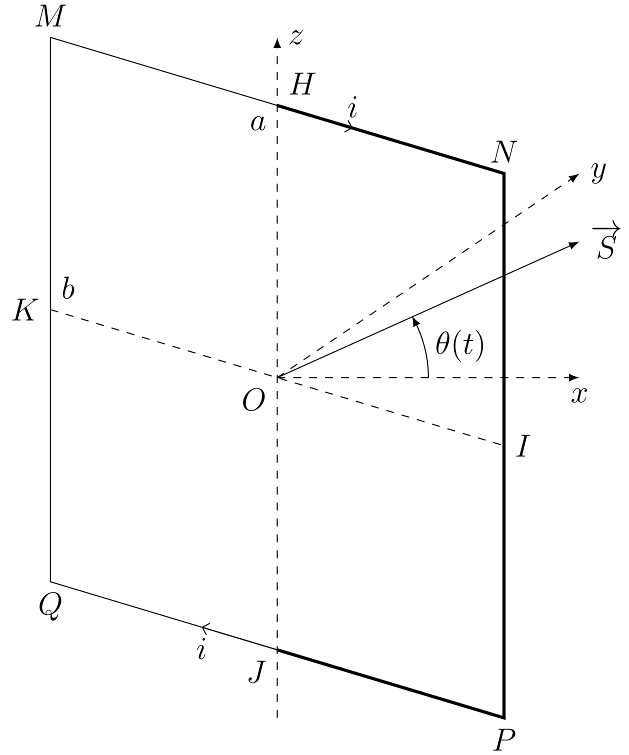
Dans l'expérience du rail de Laplace, seule une portion de circuit est mobile, le reste est fixe. C'est une situation idéalisée, qui ne correspond pas aux systèmes réels. Dans la pratique, on a plutôt des circuits électriques fermés et non déformables, mais mobiles en bloc. Cette partie mobile, que l'on retrouve dans les moteurs, s'appelle le rotor.

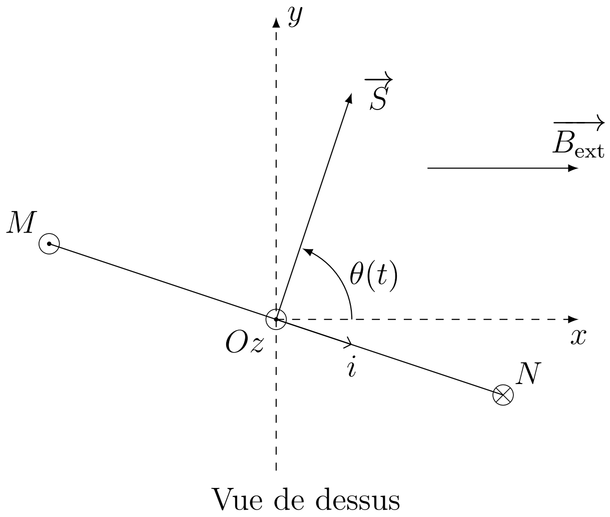
Expérience de filmée

Le plus simple des moteurs

a) Position du problème

On étudie une spire rectangulaire $MNPQ$ parcourue par un courant i, qui peut tourner autour de l'axe (Oz). On note $MN = PQ = a$, $NP = QM = b$ et $S = ab$.
La spire est plongée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}} = B_{\text{ext}}\overrightarrow{u_x}$ permanent et uniforme, créé par un environnement extérieur.





b) Résultante

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour déterminer la résultante et le moment par rapport à O de l'action mécanique que subit la spire de la part du champ magnétique.

① Écrire la résultante de l'action mécanique de Laplace s'exerçant sur le spire comme une somme de quatre intégrales.

② Montrer que les 4 forces s'annulent deux à deux. Conclure.

c) Moment du couple

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour établir l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

① Exprimer le moment de l'action mécanique subie par la spire.

Sur chaque portion de la spire, la force élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ s'exerçant sur $\mathrm{d}\overrightarrow{\ell}$ est uniforme, indépendante de la position sur un côté donné de la spire. Ainsi, le moment de l'action de Laplace s'exerçant sur un côté peut être vu comme étant le moment de la résultante des forces s'exerçant au milieu de la portion considérée ($\rightarrow$ analogie avec le poids s'exerçant sur un solide).

② Utiliser la remarque ci-dessus pour réécrire les moments s'exerçant sur chaque portion.
Montrer que les moments des actions de Laplace s'exerçant sur $[MN]$ et $[PQ]$ sont nuls.
Calculer le moment des actions de Laplace s'exerçant sur $[NP]$ en fonction de i, a, b, B_{ext}, θ et $\overrightarrow{u_z}$. En déduire le moment s'exerçant sur $[QM]$.

③ En déduire le moment résultant des actions mécaniques de Laplace. L'écrire sous la forme d'un produit vectoriel entre le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ et le champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

d) Puissance du couple

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour établir l'expression de la puissance du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

① Rappeler l'expression de la puissance d'une action mécanique s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe.

② En déduire l'expression de la puissance des actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur la spire étudiée précédemment.

Synthèse : Actions mécaniques de Laplace sur le cadre en rotation

Les actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur

— une spire rectangulaire,

— en rotation autour d'un axe de symétrie $\Delta = (O; \overrightarrow{u_\Delta})$ de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés, avec le vecteur de rotation $\overrightarrow{\Omega} = \omega \overrightarrow{u_\Delta} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_\Delta}$,

— parcourue par un courant i,

— de moment magnétique $\overrightarrow{m} = i\,\overrightarrow{S}$,

— et placée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe de rotation.

sont un **couple** : • de **moment :** $\overrightarrow{\Gamma_{\mathcal{L}}} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}} = i\,\overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$

• de **puissance :** $\mathcal{PL} = \Gamma_{\mathcal{L}} \times \omega$

Remarque

Si le cadre en rotation est constitué de N spires identiques parcourues par le même courant d'intensité i, le moment s'écrit $\overrightarrow{\Gamma_{\mathcal{L}}} = N i\,\overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

III.4 Action d'un champ magnétique extérieur

a) Action sur une boussole

En utilisant une boussole pour déterminer l'orientation d'un champ magnétique, nous faisons l'hypothèse qu'elle s'oriente dans la direction du champ. Nous allons montrer que cette hypothèse est justifiée.

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour montrer l'action d'un champ magnétique sur une boussole.

① Faire un bilan des actions mécanique qui s'exercent sur la boussole. On supposera la liaison pivot parfaite.

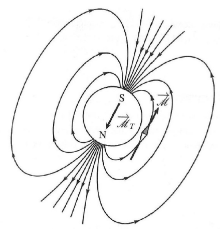
② On note θ l'angle entre la vecteur moment magnétique de la boussole $\overrightarrow{m}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$. Déterminer les positions d'équilibre de la boussole.

③ En étudiant l'action du couple sur la boussole en cas de petite perturbation, déterminer laquelle des deux positions d'équilibre est stable, et laquelle est instable.

④ Étudier le mouvement au voisinage de l'équilibre stable.

Remarque

L'aiguille d'une boussole, constituée d'un petit aimant de moment magnétique $\overrightarrow{m}$ en surface de la planète, s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B}_{\text{Terre}}$ (modélisé, en première approximation, par un moment magnétique placé au centre de la planète : il sort de la Terre par le pôle nord magnétique, situé au pôle sud géographique, et entre par le pôle sud situé au pôle nord géographique).



Ainsi, le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la Terre, c'est à dire à peu près le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant que constitue la Terre.

b) Action d'un champ tournant

Un dipôle magnétique va chercher à se rapprocher de la situation où son moment magnétique est aligné avec le champ $\overrightarrow{B}$, donc en faisant progressivement tourner le champ, on peut aussi faire tourner le dipôle.

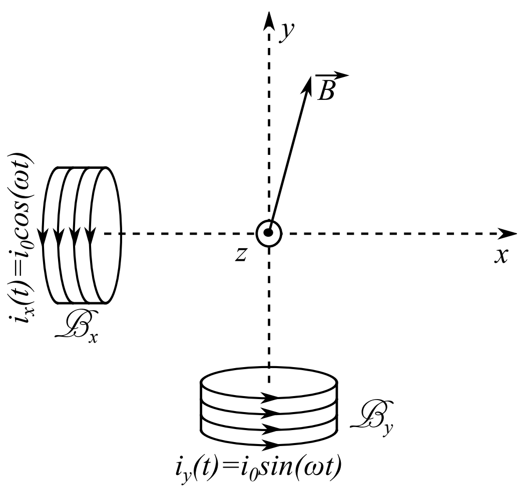
Définition

Champ tournant : Un champ tournant est un champ de norme constante tournant avec une vitesse angulaire ω_0 constante.

En réalité, on ne fait pas tourner le champ en tournant les aimants ou les bobines qui le créent, mais en alimentant simultanément plusieurs bobines, formant entre elles un angle, par des courants sinusoïdaux de même amplitude et de même fréquence, mais déphasés. Pour 2 bobines perpendiculaires, dont les courants sont déphasées de $\dfrac{\pi}{2}$

Expérience de cours

On réalise le dispositif ci-contre (le circuit permettant de créer les deux courants n'est pas représenté).
Deux bobines identiques d'axes orthogonaux entre eux $\mathscr{B}_x$ et $\mathfrak{B}_y$, créent chacune un champ magnétique en O.
$\mathscr{B}_x$ crée le champ $\overrightarrow{B_x} = Ki_x(t)\overrightarrow{u_x} = Ki_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$ et la bobine $\mathscr{B}_y$ crée le champ $\overrightarrow{B_y} = Ki_y(t)\overrightarrow{u_y} = Ki_0\sin(\omega t)\overrightarrow{u_y}$, avec K un facteur qui dépend de la géométrie des bobines.
Les champs des deux bobines s'ajoutent (principe de superposition) : $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_x} + \overrightarrow{B_y}$
Les intensités circulant dans les deux bobines varient sinusoïdalement dans le temps, avec la même amplitude i_0 et la même pulsation ω. Les deux courants sont en quadrature de phase.
expérience filmée ici



Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour montrer l'action d'un champ magnétique tournant sur une boussole.

① Représenter le champ $\overrightarrow{B}$ aux instants $t = 0$; $t_1 = \dfrac{\pi}{4\omega}$; $t_2 = \dfrac{\pi}{2\omega}$; $t_3 = \dfrac{3\pi}{4\omega}$; $t_4 = \dfrac{\pi}{\omega}$; $t_5 = \dfrac{3\pi}{2\omega}$; $t_6 = \dfrac{2\pi}{\omega}$.
Comment qualifier le champ ainsi créé ?

On place une aiguille aimantée (boussole) au centre O du dispositif précédent.

② Qu'observe-t-on ? Expliquer les observations en faisant le lien avec les paragraphes précédents.

Remarque
L'expérience précédente montre le principe d'un moteur synchrone, qui est constitué :
- d'un stator constitué de plusieurs bobines parcourus par des courants sinusoïdaux déphasés les uns par rapport aux autres ;
- d'un rotor constitué d'un aimant permanent ou d'un bobinage parcouru par un courant permanent pour engendrer un moment magnétique $\overrightarrow{m}$.

La vitesse de rotation du rotor est identique à la vitesse de rotation du champ magnétique tournant, c'est pour cela qu'on parle de moteur synchrone.